Die gemeinsame Ursache von Epizykloide und Dunkler Materie, Teil 1

ausgearbeitet von:

Dr. Norbert Südland, Aalen, den 15.9.2008 (letzte Änderung 15.9.2008)
Dpl. Ing. Matthias Krause, Kirchzarten, den 1.9.2007 (letzte Änderung: 15.02.2009)
Copyright: Alle Rechte bleiben allein den Verfassern vorbehalten. www.kosmoskrau.de

Untertitel:

Über visuelle und gravitative Drehpunkte von Massen und ihre mathematische Berechnung

Zielsetzung

Dieser Aufsatz untersucht, welches der richtige, gravitative Drehpunkt eines Massensystems ist. Es wird untersucht, ob es einen Zusammenhang zwischen den Epizykloiden aus vorkopernikanischer Zeit und der heutigen rätselhaften Dunklen Materie gibt.

Eine genaue Berechnung der Satellitenbahnen von WMAP und SOHO zeigen, das auch im Sonnensystem eine dunkle Materie berechenbar ist. Die Vergleichbarkeit einer galaktischen Massenverteilung mit dem Planetensystem wird untersucht und die Gemeinsamkeiten der beiden Massensysteme zusammengestellt. Eine mathematische Prüfung belegt die Zuverlässigkeit der Überlegung. Bei dieser Überprüfung wird der gravitative Drehpunkt dem visuellen Drehpunkt gegenübergestellt. Es wird mathematisch nachgewiesen, welche Bedeutung der gravitative Drehpunkt für jedes Massensystem hat und wie er exakt berechnet wird.

Die durchgeführten Berechnungen finden sich nicht im Textverlauf, sondern sind als Anhang an diesen Aufsatz angefügt, so dass die Übersichtlichkeit der Ausführung erhalten bleibt. Im Anhang werden alle benötigten Formeln und Begriffe, die zur Berechnung und Beschreibung gravitativ aneinander gebundener Massen benötigt werden, zusammengestellt.

In einem 2. Teil wird die messbare Massenmenge einer Galaxie ermittelt Es wird auch in einem 3. Teil mathematisch belegt, welcher Rechenfehler der Pioneer Anomalie zugrunde liegt, desgleichen wird auch die Swing-by-Anomalie untersucht.

Anschließend werden die gemessenen und die berechneten Werte verglichen und im Zusammenhang diskutiert.

Inhaltsübersicht

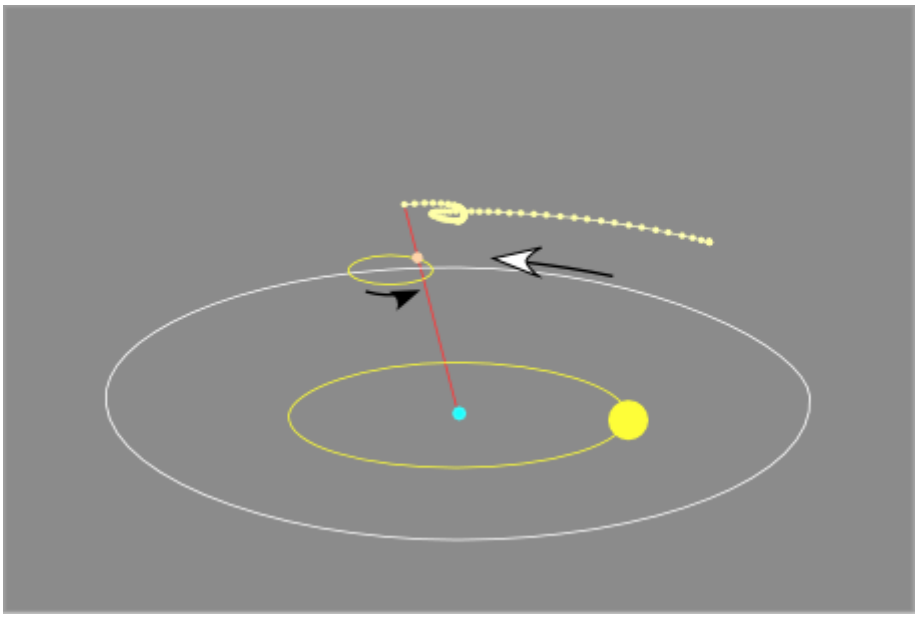
1. Wie kam es zur Epizykloiden Berechnung
2. Rechenbeispiele zum gravitativen Drehpunkt im Vielkörpersystem
3. Beispielrechnungen zur Dunkle Materie im Sonnensystem
Berechnung aller WMAP Parameter im Erde – Sonne Modell
Berechnung aller WMAP Parameter im Jupiter – Sonne Modell
Berechnung aller WMAP Parameter im Jupiter30 – Sonne Modell
Berechnung aller WMAP Parameter im Vielkörpermodell
Berechnung aller SOHO Parameter im Erde – Sonne Modell

4. Anhang I für detaillierte Berechnungen
5. Anhang II die Theoretische Ableitung des gravitativen Drehpunktes nach Dr. N. Südland

1. Wie kam es zur Epizykloiden Berechnung

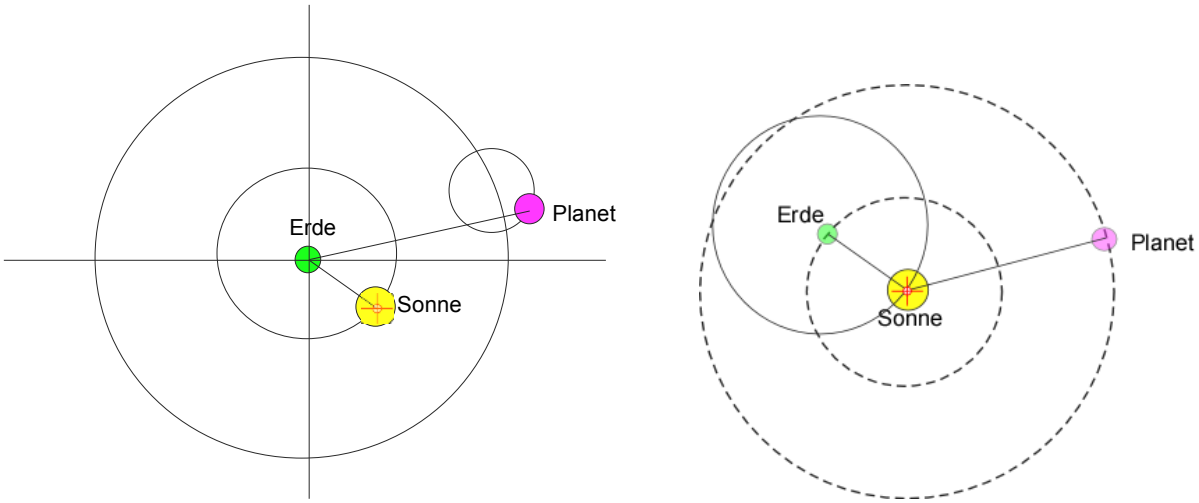
Vor Jahrtausenden machte man sich schon Gedanken über die Bewegungen der Himmelskörper am gestirnten Himmel. Alle Himmelskörper drehten sich im Laufe einer gewissen Zeit um die Erde. Dies beobachtete man auch im alten Griechenland, dort lebte und wirkte Ptolemäus. Ptolemäus war der Begründer des nach ihm benannten Weltbildes. Dieses Weltbild zeichnet sich dadurch aus, das die Erde im Mittelpunkt des Universums steht. Damit drehen sich alle Himmelskörper um die Erde.

Besonders auffällig war dabei die Bewegung mancher Planeten, die im Laufe eines Jahres (z.B. Jupiter) eine Schleife durchliefen. Diese Schleife konnte man mit einer gleichförmigen Bewegung um die Erde nicht erklären. Und so erfand man die so genannte Epizykloide. Übersetzt man das Wort Epizykloide, so besteht es aus zwei Worten: „Epi“ heißt „Auf“ und „zyklos“ heißt Kreis. Man dachte sich einen zweiten kleinen Kreis auf der großen Kreisbahn des Planeten und ließ der Planeten gleichzeitig, während seines Umlaufs um die Erde, auf dem kleinen Kreis laufen, so konnte man sich die Schleifenbewegung des Jupiters erklären. Durch die zeitweise gegenläufige Bewegung des Jupiters auf der kleinen Kreisbahn entstand die Schleife, die man am irdischen Himmel beobachten konnte. Natürlich bewegte sich auch die Sonne, wie auch der Mond, um die Erde, wie das in der folgenden Grafik dargestellt wird. **Visuell** kann man von der Erde aus sehen, wie die Sonne in einem Jahr um die Erde läuft. Berechnet man die Masse der Sonne, die um die Erde läuft, so ist klar, dass eine kleinere Masse, als die der Erde, als Ergebnis herauskommt. Die Masse des um die Erde laufenden Mondes beträgt ja auch nur etwa ein Achtzigstel der Erdmasse.



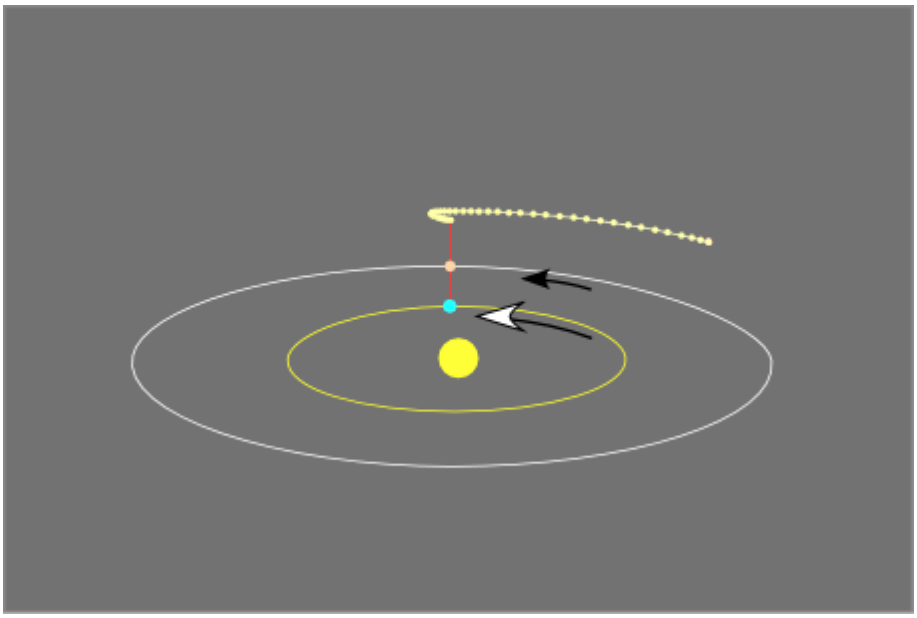
Grafik 1 *Der Bezugspunkt für alle Massen im Sonnensystem stellt in dieser Grafik die Erde dar. (blauer Punkt) In der Antike, bis hin zum Mittelalter, glaubte man an das Ptolemäische Weltbild, es hatte die Erde als visuelles Drehzentrum.*

Wenn man damals schon gewusst hätte, dass es zur nuklearen Fusion in der Sonne eine bestimmte Massenmenge braucht, so hätte man schon damals eine dunkle Materie erfinden müssen. Eine exotische dunkle Materie, die mit der Entfernung von der Sonnenoberfläche die gravitativen Kräfte vermindert. Oder umgekehrt, die erst ab der Sonnenoberfläche bis hin zum Zentrum der Sonne eine mehr tausendfache Gravitation aufbaut, um den nötigen Druck für eine nukleare Fusion zu erzeugen.



Grafik 2 *Eine Gegenüberstellung des Ptolemäischen Weltbildes, mit der erfundenen Epizykloide, zum Kopernikanischen Weltbild, mit der Sonne im Zentrum, zeigt die unterschiedlichen Drehpunkte auf einen Blick.*

Glücklicherweise erkannte Nikolaus Kopernikus im 16. Jahrhundert, dass sich die Erde um die Sonne dreht und nicht die Sonne um die Erde. Geht man vom richtigen **gravitativen** Drehpunkt aus, und nicht vom **visuellen** Drehpunkt, dann passt alles zusammen. Es braucht keine exotische Dunkle Materie für die Sonne kreiert werden, und es braucht auch keine Epizykloide, um die Oppositionsschleife des Jupiters am irdischen Himmel zu erklären.
Wenn die Erde um die Sonne kreist, so überholt sie Jupiter auf der Innenbahn um die Sonne und Jupiter läuft für eine kurze Zeit scheinbar rückwärts auf seiner Bahn. So einfach lässt sich alles erklären, wenn man von richtigen, **gravitativen Drehpunkt** ausgeht. Es braucht keine Epizykloide und auch keine dunkle exotische Materie für die Sonne erfunden zu werden.



Grafik 3 *Den Bezugspunkt für alle Massen im Sonnensystem stellt in dieser Grafik die Sonne dar. (gelber Punkt) Ab Mittelalter, glaubte man an das Kopernikanische Weltbild, es hatte die Sonne als visuelles Drehzentrum. Durch diesen Bezugspunktwechsel konnte man die Bahn des Jupiters mit seiner an den Himmel gezeichneten Oppositionsschleife fehlerfrei erklären.*

2. Rechenbeispiele zum gravitativen Drehpunkt im Vielkörpersystem

Im klassischen Keplermodell mit seinen zwei idealen **Punktmassen** sind alle Bewegungen der beiden Punktmassen genau berechenbar. Der gravitative Drehpunkt entspricht dem Massenschwerpunkt der beiden idealen Punktmassen. In der Realität gibt es aber keine idealen Punktmassen, sondern nur voluminöse Körper.
Verlässt man aber die zwei idealen Punktmassen und wendet man sich mehr als zwei Punktmassen oder ausgedehnten Körpern oder Masseflächen aus vielen Einzelmassen zu, so lassen sich die Drehbewegungen und Massen nicht mehr so einfach bestimmen. Wo liegt der Gravitative Drehpunkt, wie groß ist der Radius, wie gehen sich gegenüberliegende Massen in die Berechnung mit ein? Sir Isaak Newton hat an einer kugelförmigen homogenen Masse gezeigt, dass die gravitativen Kräfte über den Mittelpunkt, das Zentrum der Masse, integrativ berechnet werden können. Ist über das Zentrum aber auch die Masse berechenbar? Newton selbst war sich wegen dieser Fragen nicht sicher und wartete mit der Veröffentlichung seiner gravitativen Massenvolumenberechnung bald zwei Jahrzehnte.

Es gibt im Bereich der Physik derzeit große Probleme, was die Gravitation von Massen anbelangt. Es zeigen sich kleine Ungenauigkeiten in den Berechnungen des Planetensystems, die erst jetzt durch sehr genaue Messmöglichkeiten offenbar werden. Es gibt aber auch große Abweichungen, was die Masse der Galaxien betrifft. Leider sind Galaxien sehr weit von uns entfernt und so bleibt nur unser Planetensystem, um gewissermaßen vor unserer Haustür, genaue Messungen durch Satelliten und Berechnungen durchzuführen. Zeigt sich auch in unserem Planetensystem, wenn auch nur in Spuren, eine dunkle Materie?

Die Drehbewegung der Massen in einer Galaxie lässt sich nicht ohne weiteres auf unser Planetensystem übertragen. Haben wir es bei einer Galaxie mit Milliarden von Einzelkörpern zu tun, so ist unser Planetensystem mit einigen großen Planeten doch recht überschaubar und berechenbar. Am ehesten wäre eine protoplanetare Scheibe, bestehend aus Abermillionen kleiner Partikel, mit einer galaktischen Scheibe vergleichbar.
So stellt sich die Frage, ob eine Vergleichbarkeit in gewissen Grenzen möglich ist. Diese Frage gilt es sorgfältig zu untersuchen, um zu richtigen Ergebnissen zu kommen.

Wenn man anhand unseres Planetensystems die gravitativen Zusammenhänge einer Galaxie nachahmen könnte, so ließe sich beispielsweise leicht feststellen, ob die, in den Galaxien berechnete dunkle Materie, sich auch in unserem Planetensystem wieder finden würde oder ob nicht. Die Frage ist deshalb:

Gibt es die Möglichkeit eine galaktische Massenverteilung in unserem Planetensystem zu überprüfen und zu berechnen?

Antwort:
Es gibt im Planentensystem einen Sonderfall der Massenverteilung, der tatsächlich eine Vergleichsrechnung mit einer Galaxie ermöglicht.

Wenn es eine solche Vergleichsrechnung gibt, dann kann man zwei prägnante Voraussagen machen und sich zur Überprüfbarkeit eindeutig festlegen:

1. Wenn die dunkle Materie in den Galaxien ein Rechenfehler ist, dann sollte sich dieser Rechenfehler auch im Planetensystem deutlich zeigen.

---

2. Wenn die dunkle Materie in den Galaxien ein Rechenfehler ist, dann sollten mit der richtigen Berechnung die gleichen Massenwerte herauskommen, wie die in der Realität gemessenen Massenwerte einer Galaxie oder aber des Planetensystems.

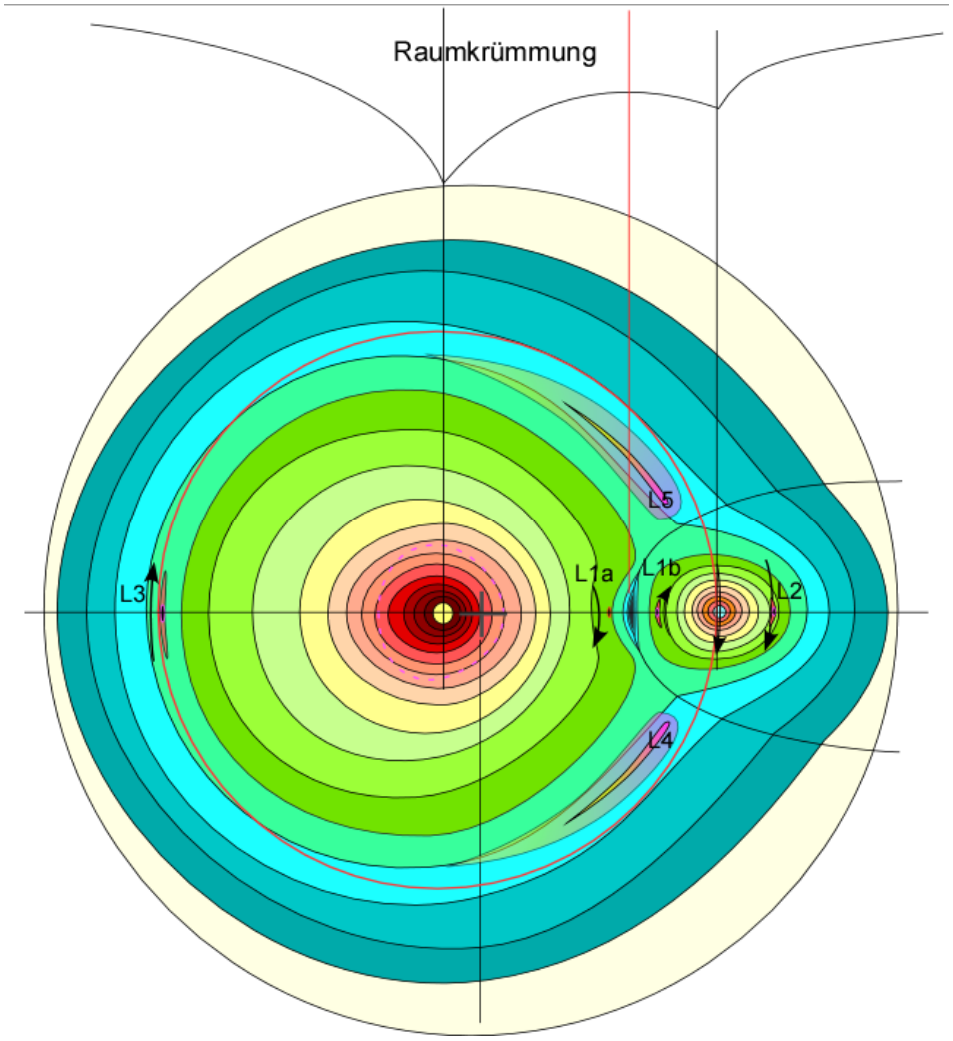
Diese beiden Punkte der Voraussage werden rechnerisch in dieser Arbeit geprüft und abgeklärt. Stimmen diese beiden Voraussagen, so wäre mathematisch bewiesen, dass es sich bei der Dunklen

Materie lediglich um einen Rechenfehler handelt. Stimmen diese beiden Voraussagen nicht, so ist die Dunkle Materie tatsächlich in den Galaxien vorhanden
Die Aussagen der Wissenschaftler zu dieser Frage oder zu diesem Thema sind eindeutig:

> *„1. In unserem Planetensystem befindet sich definitiv keine dunkle Materie. In den Galaxien aber sehr wohl.*
> *2.Die gemessene Masse einer Galaxie reicht bei weitem nicht aus, um die Galaxie mit ihren hohen Umlaufgeschwindigkeiten stabil zu halten .“*

Soweit die Aussage der Wissenschaftler.
Nun zu der aufgestellten Behauptung, dass es in unserem Planentensystem einen Sonderfall der Massenverteilung gibt, der eine Vergleichsrechnung zwischen Planetensystem und Galaxie ermöglicht.

Es gibt in unserem Planetensystem besondere Punkte, welche man als so genannten „Lagrange“ Punkte bezeichnet. (Entdeckt und benannt nach den französischen Physiker J. L. Lagrange 1736-1813) Jeder große Planet in unserem Sonnensystem hat entlang seiner Umlaufbahn oder in dessen Nähe fünf solcher Punkte. Befindet sich eine kleine, winzige Masse in einem dieser Punkte, auch Librationspunkte genannt, so hat diese winzige Masse die gleiche Umlaufzeit um den übergroßen Zentralkörper, wie der dazugehörende Planet. (Siehe folgende Grafik)

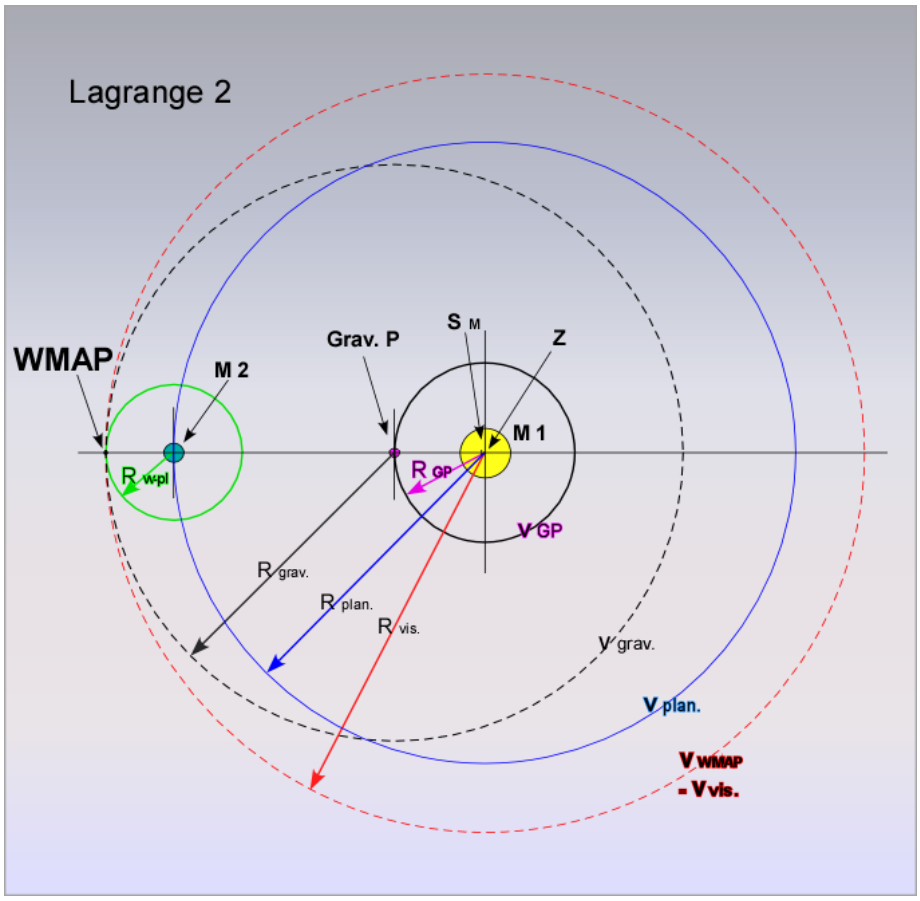


Grafik 4 *Die 6 Lagrangepunkte die zu einer Planetenbahn gehören*

Die winzige Masse, die sich in einem solchen Librationspunkt befindet, hat bei ihrem Umlauf (auf einer Librationsbahn) um den Zentralkörper, und das ist das Besondere:

Eine kleine Einzelmasse hat über die Dauer T stets die gleiche Konstellation der anderen sie anziehenden Massen vor sich.

So bilden, wenn sich z.B. die winzige Masse im L1, L2, L3 (Lagrange Punkt 1, 2, 3) befindet, die drei Massen stets eine unveränderliche Linie.
Der Satellit WMAP beispielsweise befindet sich im Punkt L2 und bildet mit der Erde und der Sonne eine Linie. (Genau genommen steht der Satellit nicht still hinter der Erde, sondern er beschreibt von der Erde aus gesehen eine kleine unregelmäßige Bahn um den Librationspunkt. Für die Betrachtung des Gesamtsystems ist das aber unbedeutend.) Er steht von der Sonne aus gesehen stets hinter der Erde und umrundet die Sonne auf einer Umlaufbahn in der gleichen Zeit T wie die Erde. Um in der gleichen Zeit die Sonne zu umrunden, muss dieser Satellit aber etwas schneller laufen als die Erde, da er sich auf einer längeren Außenbahn befindet. Nach den Gesetzen Keplers sollte aber der Satellit auf einer Bahn um die Sonne, die außerhalb der Erdbahn liegt, eine geringere Umlaufgeschwindigkeit um die Sonne als die Erde haben. Da er aber diese geringere Geschwindigkeit nicht hat, befindet sich der Satellit WMAP definitiv nicht auf einer **Keplerbahn** um die Sonne, sondern er befindet sich auf einer so genannten **Librationsbahn.** Die Anziehungskräfte von Erde und Sonne addieren sich in einem bestimmten Abstand des Satelliten von der Erde, so dass eine höhere Umlaufgeschwindigkeit des Satelliten WMAP um die Sonne erreicht wird als die der Erde um die Sonne.



Grafik 5 *In dieser Darstellung sind alle relevanten Parameter, die für den Umlauf des Satelliten WMAP um die Sonne wichtig und berechenbar sind, eingezeichnet. (v, R, m und die Drehpunkte. Alle Größen sind mit dem entsprechenden Index versehen, der aus dem Textzusammenhang hervorgeht.)*

Was aber hat dieser Sonderfall im Planetensystem mit den Galaxien zu tun?

Nun, die erste dynamische Gemeinsamkeit zwischen dem Sonnensystem+Satellit WMAP und einer Galaxie besteht darin, das auch bei einer betrachteten winzigen Einzelmasse (z.B.die eines Fixsterns) in einer Galaxie über die Zeit die Konstellationen aller anderen Massen stets unverändert bleibt. Es ist unerheblich, ob sich eine Masse auf dieser oder jener Seite der Galaxie befindet, wenn sie nur stets die gleiche Entfernung zum Zentrum hat. Stets hat sie die gleichen Massenmengen „hinter“ sich zum Rand hin, und auch „vor“ sich zum Zentrum hin. Damit sind die galaktischen Massenverhältnisse denen der Lagrangepunkte im Planetensystem vergleichbar (Die Einzelbewegungen der Sterne in den Massenmengen ist für die betrachtete Einzelmasse in einer Galaxie unerheblich. Zum Vergleich: Es ist für den Satelliten WMAP im Erde–Sonne-System

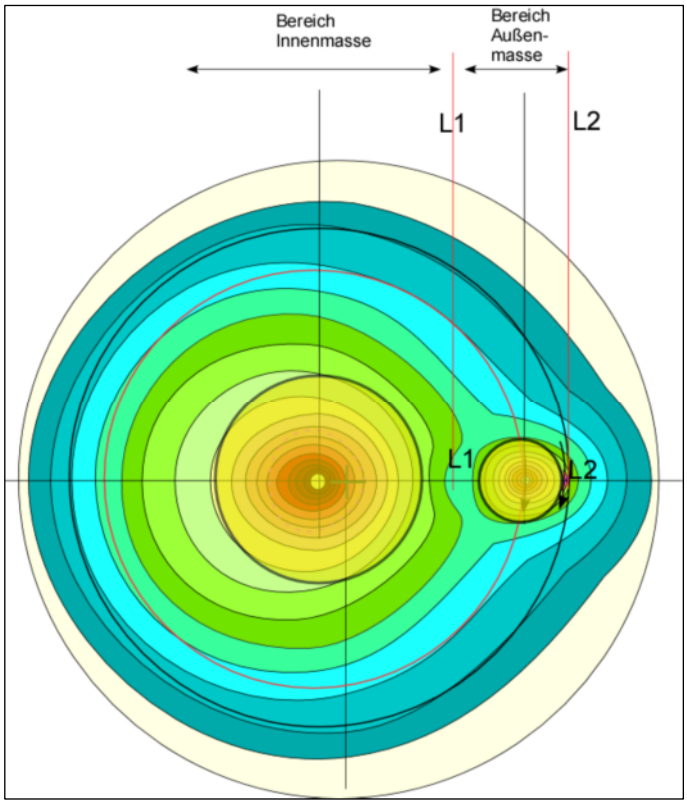
ebenso unerheblich, ob auf der Erde Menschen umherlaufen oder nicht, die Massenmenge ändert sich dadurch nicht.)

Die zweite dynamische Gemeinsamkeit ist die nicht keplerisch fallende Umlaufgeschwindigkeit auf der äußeren Bahn.
Weil Galaxie und Planetensystem durch diesen Sonderfall in ihren dynamischen Bewegungen vergleichbar werden, sollte durch entsprechende Berechnungen auch gezeigt werden können, dass die Ergebnisse der Massen-, Geschwindigkeits- und Radiusberechnungen in **beiden** Fällen vergleichbar ausfallen. Nimmt man statt der Planeten in unserem Sonnensystem zwei oder mehr massendefinierte Staubringe, die um die Sonne kreisen, so zeigt eine Vergleichsrechnung, wie leicht auch in so einem Sonnensystem eine dunkle Materie über das Zentrum berechnet werden kann. Mit der Berechnung über den gravitativen Drehpunkt hingegen werden die korrekten Massen berechnet. Sonnensystem und Galaxie sind also absolut vergleichbar. Die nachfolgenden Beispielrechnungen werden das auch eindrücklich zeigen.

Es gibt außer dem Satelliten WMAP noch einen zweiten Satellitentyp, der aber zwischen Erde und Sonne steht. Dieser Sonnenforschungssatellit SOHO befindet sich im Lagrangepunkt 1 genau auf der Linie **zwischen** Erde und Sonne und stellt somit einen Vergleich zu einer Masse im Inneren einer Galaxie dar (zwischen Zentrumsmassen und Randmassen gelegen). Natürlich müssen zur korrekten Berechnung beide Massen, die Innenmasse (Sonne), die innerhalb der Umlaufbahn des Satelliten SOHO liegen, und auch die Außenmasse (Erde), die außerhalb der Umlaufbahn liegt, berücksichtigt werden. Das Gleiche gilt dann natürlich auch für die Galaxien, auch hier müssen zur korrekten Berechnung nicht nur die Innenmassen sondern auch die Außenmassen in die Berechnung mit einfließen. (In der wissenschaftlichen, galaktischen Berechnung spielen die Außenmassen, die außerhalb einer Umlaufbahn liegen, keine Rolle. Sie werden in der Berechnung nicht berücksichtigt.)

Der Satellit WMAP hingegen würde einer galaktischen Randmasse entsprechen, die bei der Berechung nur Massen zum Zentrum hin aufweist

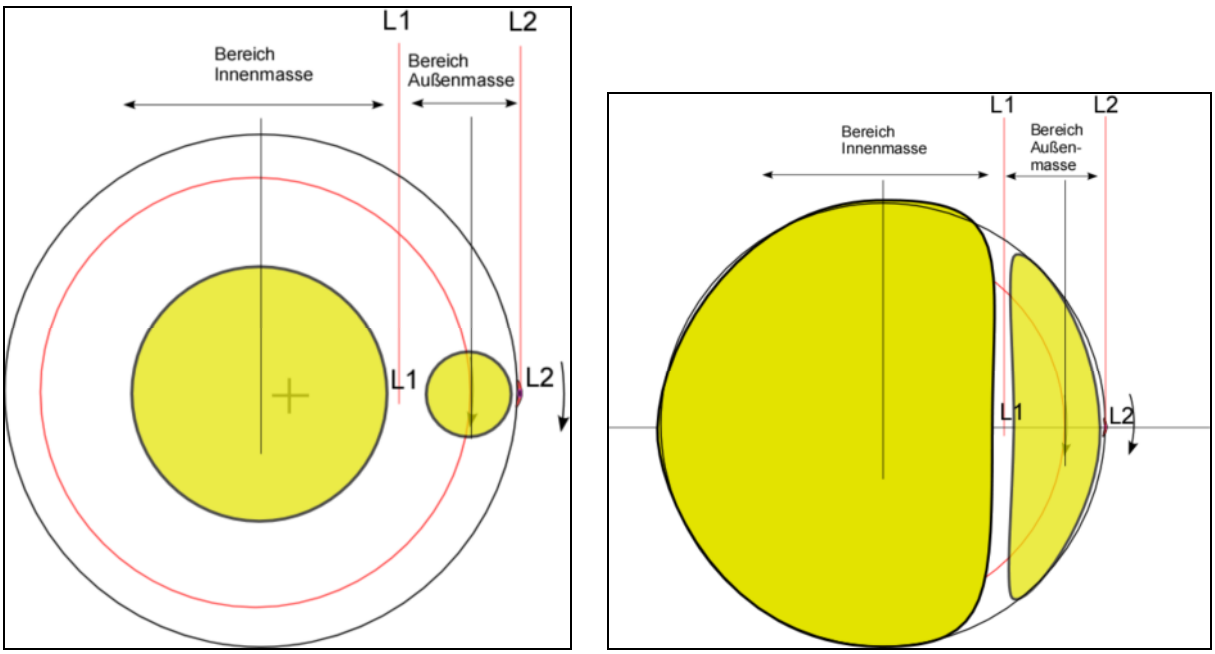
Beide Satelliten, WMAP auf L2 und SOHO auf L1, werden in dieser Arbeit rechnerisch mit galaktischen Massenverteilungen verglichen und stehen exemplarisch für alle Massen in einer Galaxie zur Verfügung.



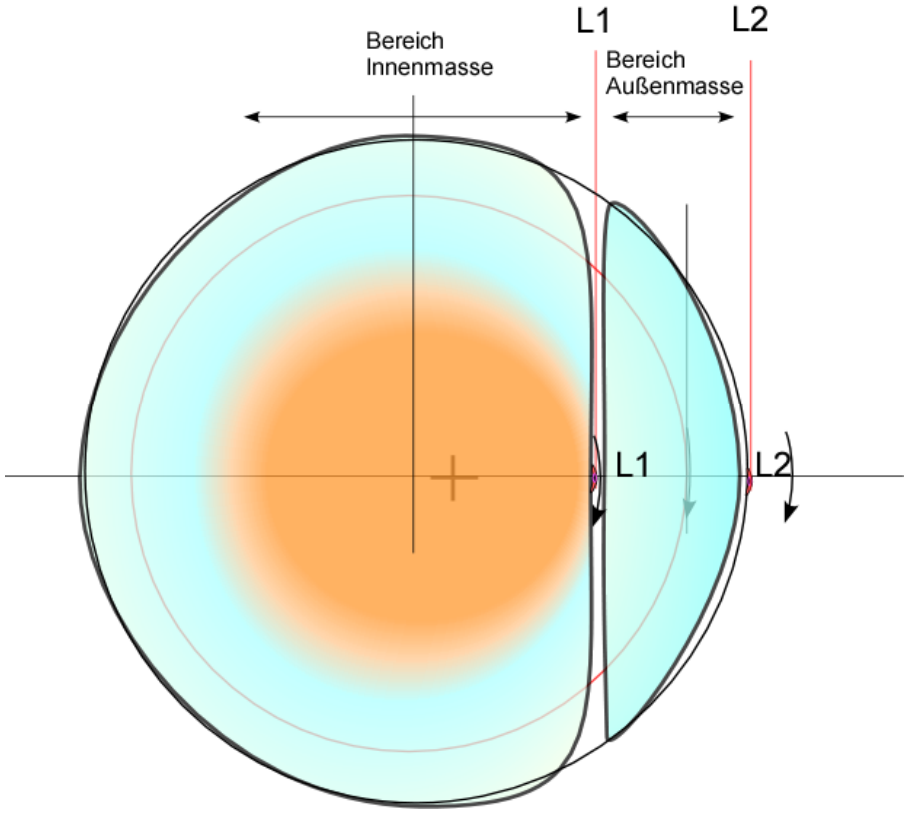
Die nun folgende grafische Aufarbeitung zeigt mit großer Deutlichkeit die tatsächliche Vergleichbarkeit zwischen Planetensystem und Galaxie. Ausgehend von der obigen ***Grafik Nr. 4*** werden die beiden Punkte **L1** und **L2** in dem dargestellten Massensystem bei der nun folgenden Umwandlung in eine galaktische Massenfläche beibehalten.

Grafik 4 A
Zeigt die schrittweise Umwandlung von einem Planetensystem in eine galaktische Fläche, ohne die wesentlichen Eckpunkte der Lagrangepunkte zu verändern. Die beiden Massenkörper (Sonne und Erde) werden in größere Massenbereiche (z.B. Trümmerwolken mit der gleichen Massenmenge von Sonnen und Erde) umgewandelt. Die grudsätzlichen Eigenschaften des Massensystems bleiben in Bezug auf L1 und L2 damit erhalten. Es gibt nun einen Bereich „Innenmasse“ und einen Bereich „Außenmasse“

In den folgenden Grafiken werden die beiden Massenbereiche noch etwas vergrößert und die farbigen Bereiche der gleichen Anziehungskraft weggelassen. Die wesentlichen Kriterien für die Lagrangepunkte wurden bisher in dem Massensystem nicht verändert!



Grafik 4 b und c
Die Form der beiden Massenflächen spielt letztlich keine entscheidende Rolle und wurde in den Folgegrafiken oben so weit verändert, das sie letztlich einer galaktischen Massefläche gleicht.



Grafik 4 d zeigt die vollendete Metamorphose zu einer galaktische Fläche. Der Bereich „Innermasse“ stellt, wie beim Planetensystem, den überwigenden Teil der Masse des galaktischen Gesamtsystems dar. Der Bereich „Außenmasse“ bleibt bei dem Umlauf eines Masseteilchens in L1 ebenfalls stets

gleichgroß. Anders als beim Planetensystem, wo sich ja die Erde um die Sonne tatsächlich dreht, wird hier, in der galaktischen Fläche, eine „Drehung“ der Außenmasse dadurch erreicht, indem gravitativ bisher wirkende Teilchen ihren Einfluß auf L 1 verlieren und neue Teilchen einen Einfluß auf eine „SOHO Masse“ in L1 bei ihrem Umlauf um die Innenmasse gewinnen.

---

3. Beispielrechnungen zur Dunklen Materie im Sonnensystem

Es wird nachfolgend anhand des Satelliten WMAP gezeigt, wie die Umlaufgeschwindigkeit, der Bahnradius und die Zentralmasse berechnet werden. Die Formeln mit den Berechnungen der hier vorgestellten Werte kann im Anhang mitgerechnet und überprüft werden.
Es werde die folgenden Formeln zur Berechnung verwendet

$$F = \frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad \text{(N)} \qquad (\textbf{F1})$$

$$R_{grav.} = \frac{\left(F_{M1} \cdot R_1 + F_{M2} \cdot R_{M2} + ... \right)}{\left(F_{M1} + F_{M2} + ... \right)} \text{(m)} \qquad (\textbf{F2})$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \left(m_1 + m_2 \right)}{r}} \qquad \text{(m/s)} \qquad (\textbf{F3})$$

$$T = \frac{r \cdot 2 \cdot \pi}{v \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} \qquad \text{(Tage)} \qquad (\textbf{F4})$$

$$m_2 = \frac{F \cdot r^2}{\gamma \cdot m_1} \qquad \text{(kg)} \qquad (\textbf{F5})$$

$$M = \frac{r \cdot v^2}{\gamma} \qquad \text{(kg)} \qquad (\textbf{F6})$$

$$a = \frac{\left(\frac{F}{m} \right) \cdot t^2}{2} \qquad \text{(m/s}^2\text{)} \qquad (\textbf{F7})$$

$$F_{ges.} = F_{e\text{-}w} + F_{s\text{-}w} \qquad \text{(N)} \qquad (\textbf{F8})$$

$$R_{w\text{-}s} = R_{e\text{-}s} + R_{w\text{-}e} \qquad \text{(m)} \qquad (\textbf{F9})$$

$$M_{ges.} = m_1 + m_2 = \qquad \text{(kg)} \qquad (\textbf{F10})$$

3.1 Berechnung aller WMAP Parameter im Erde – Sonne Modell

Das Mengenverhältnis der drei Massen:

Satellit,		Erde		Sonne beträgt
$1.\ 10^{-24}$	:	1	:	2.000.000

Es handelt sich um ein Dreikörperproblem
Bedingung: Die Positionen der drei Massen zueinander ändern sich nicht.

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	$66{,}7428 * 10^{-12}$
2.Sonnenmasse (M_s) m2	$1{,}98910000 .10^{30}$ kg
3.Erdmasse (M_e) m1	$5{,}9736 \cdot 10^{24}$ kg
4.Entfernung Erde – Sonne ($R_{e\text{-}s}$)	$0{,}1496150\ 10^{12}$ m
5. WMAP Masse	1,000000 kg

Gesucht wird:

Die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP um die Sonne
Die Entfernung von WMAP vom Erdmittelpunkt (oder von der Sonne)
Kann eine dunkle Materie in diesem Dreikörperproblem gefunden werden?

Achtung: Die genaue mathematische Ausführung der Berechnung kann im Anhang detailliert mitverfolgt werden.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

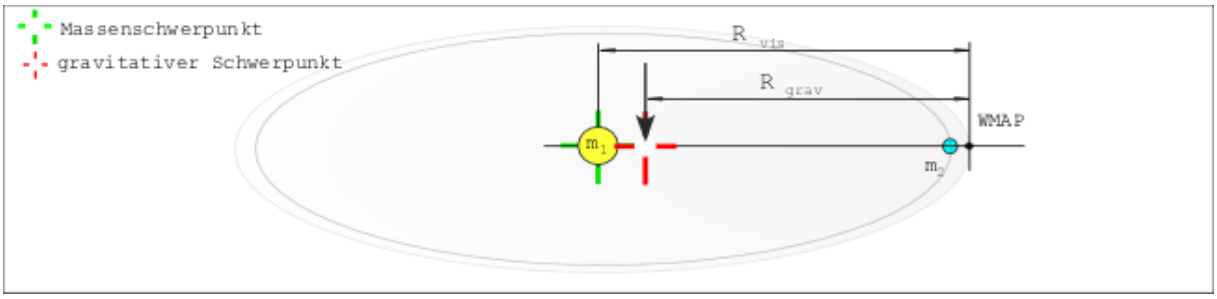
Erdumlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	365,25 Tage
Bahngeschwindigkeit der Erde:	(***F3***)	29.788,15 m/s
Bahngeschwindigkeit WMAP :	(***F3/ F2/F1***)	30.086,11 m/s
WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	365,25 Tage
Entfernung WMAP Erde:		$1{,}49651 * 10^{9}$ m
Entfernung WMAP Sonne:		$1{,}5111151 * 10^{11}$ m

Zur Kontrolle werden die Massen aus der Umlaufgeschwindigkeit von WMAP errechnet, dazu benötigt man den gravitativen Radius.

Gravitativer Radius von WMAP:	(***F2/F1***)	$1{,}4666631 * 10^{11}$ m

Errechnet man mit dem gravitativen Radius die anziehende Masse,

so erhält man mit Formel	(***F6***)	$1{,}989105974 .10^{30}$ kg
Das entspricht genau der Summe aus Erd- und Sonnenmasse	***Addition*** der Ausgangswerte	$1{,}989105974 .10^{30}$ kg



Grafik 6 *Darstellung der Abstandsverhältnisse der Massen im WMAP-Erde-Sonne-System zueinander, sowie die wichtigen Bezugsgroßen.*

Resümee:
Alle errechneten Werte über die Entfernung von WMAP zur Erde, sowie die Umlaufgeschwindigkeit um die Sonne findet man auch in der Literatur wieder und sie sind mathematisch stimmig, damit ist die Richtigkeit der Berechnung über den gravitativen Drehpunkt für WMAP eindeutig nachgewiesen.(siehe Anhang)

Es folgt nun der Vergleich mit einer galaktischen Berechnung: Die Massen einer fernen Galaxie werden grundsätzlich über die visuelle Umlaufgeschwindigkeit der rotierenden Massen berechnet. Dabei wird in der gängigen Wissenschaft stets das statische Massenzentrum (Das Zentrum der Galaxie) als Ausgangspunkt für den Radius genommen und man geht von Keplerbahnen aus.
Rechnet man nun gleicherweise die gravitativ auf WMAP wirkende Masse (der Sonne und der Erde) mit dem visuellen Radius (Sonnenmittelpunkt – WMAP) über die Umlaufgeschwindigkeit aus,

so erhält man mit der Formel **(F6)** $2{,}0493924 \cdot 10^{30}$ kg

Dieser errechnete Massenwert liegt um **+ 3,031 %**
über dem tatsächlich vorhandenen Massenwert. Das entspricht einer zusätzlichen Masse von über 10.000 Erdmassen!

Damit wäre mathematisch nachgewiesen, dass auch im Sonnensystem eine dunkle Materie errechnet werden kann. Denn, diese eben genannte Formel ist **die Berechnungsbasis** für jede galaktische Massenverteilung! Mit der Formel **(F6)** wird bei einer flachen Umlaufgeschwindigkeitsverteilung der Massen in der galaktischen Fläche stets eine zum Rand der Galaxie hin **linear ansteigende Massemenge** über das Zentrum errechnet. (Die Massenzunahme ist allein vom Radius abhängig, da die Umlaufgeschwindigkeit der Massen in der Galaxie unverändert bleibt.)

Rechnet man mit der gleichen Formel **(F6)** aber über den **gravitativen Drehpunkt** (mit der tatsächlichen gravitativen Bahn von WMAP, wie oben geschehen) und nicht über das visuelle Dreh – Zentrum (mit Librationsbahn), so werden die richtigen, tatsächlich vorhandenen Massenwerte errechnet.

Damit ist mathematisch erwiesen, dass ohne die exakte Bestimmung des gravitativen Drehpunktes eine korrekte Massenberechnung im Dreikörpersystem (Vielkörpersystem = Sonnensystem oder Galaxie) nicht möglich ist.

In der Grafik 5 sind alle relevanten Größen schematisch eingetragen. Es ist leicht zu erkennen, dass der für die korrekte Berechnung so wichtige gravitative Drehpunkt für WMAP zwischen der Erde und der Sonne liegt. Subtrahiert man vom Radius $_{\text{Sonne – WMAP}}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Zentrums für WMAP vom Sonnenmittelpunkt.

$1{,}5111151 * 10^{11}$ m - $1{,}4666631 * 10^{11}$ m = $0{,}044452 * 10^{11}$ m

Damit befindet sich der gravitative Drehpunkt (für WMAP) 4,4452 Millionen km über dem Sonnenzentrum. (Das entsprich etwa einer Höhe über der Sonnenoberfläche von 3,695 Millionen km.)

Nun ist die Erde im Massenverhältnis zur Sonne nur ein Winzling (1 : 2.000.000) und deshalb ist diese Konstellation nur ansatzweise mit einer galaktischen Massenverteilung zu vergleichen.
Es befinden sich in einer durchschnittlichen Galaxie nicht fast 100% aller Massen im Zentrum, sondern nur etwa 25 % der galaktischen Massen sind in der Nähe des Zentrums kumuliert. Alle anderen Massen verteilen sich in ihrer Dichte exponentiell fallend zum Rand der Galaxie hin.
Um eine bessere Vergleichbarkeit zwischen Planetensystem und Galaxie zu erhalten, ist deshalb die oben gemachte planetare Berechnung mit einer größeren „Randmasse“, wie etwa der des Jupiters statt der Erde, zu wiederholen. Der Anteil der Dunklen Materie im Planetensystem, der über das Zentrum berechnet wird, sollte sich dann deutlich erhöhen.

3.2 Berechnung aller WMAP Parameter im Jupiter – Sonne Modell

Die einzelnen Rechenschritte gleichen bis ins Detail der 1. Berechnung, deshalb wird auf eine nochmalige Darstellung der Berechnung im Detail verzichtet. Es seien hier nur die Ergebnisse dieser Berechnung genannt. Hinweis: Der eigentliche Massendrehpunkt der beiden großen Massen liegt etwas außermittig der Sonne bei ca. $2{,}48\ 10^{6}$ km vom Sonnenmittelpunkt entfernt. Diese Verschiebung des Drehpunktes wird bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt, da es bei dieser Berechnung um grundsätzliche Dinge geht. Die Vergleichbarkeit mit einer Galaxie, die grundsätzlich von den Wissenschaftlern über das Zentrum gerechnet wird, soll in jedem Fall gewährleistet sein. Rechnet man mit dem tatsächlichen Massenschwerpunkt von Sonne und Jupiter, so errechnet sich der <u>gleiche Anteil</u> an Dunkler Materie, wie wenn man über das Sonnenzentrum rechnet!
Das Mengenverhältnis der drei Massen:

Satellit,		Jupiter		und Sonne beträgt
$1.\ 10^{-24}$	:	1047	:	ca. 330.000

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	66,7428* 10^{-12}
2.Sonnenmasse	1,98910000 .10^{30} kg
3.Jupitermasse	1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
4.Entfernung Jupiter – Sonne	0,780450 10^{12} m
5.WMAP Masse	1,000000 kg

Gesucht wird:

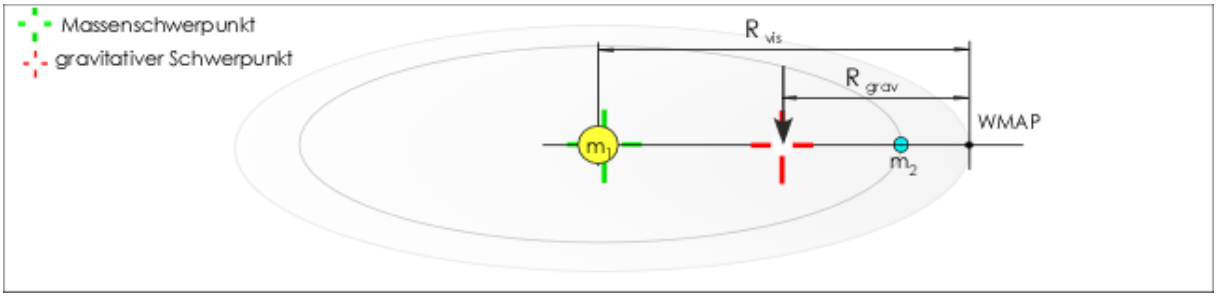
Die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP um die Sonne
Die Entfernung von WMAP vom Jupitermittelpunkt (oder von der Sonne)
Kann nun deutlich mehr dunkle Materie in diesem Dreikörperproblem gefunden werden?

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Jupiterumlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	4.344,68 Tage
Bahngeschwindigkeit Jupiter:	(***F3***)	13.062,91 m/s
Bahngeschwindigkeit WMAP :	(***F3/ F2/F1***)	14.379,82 m/s
WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	4.344,68Tage
Entfernung WMAP Jupiter:		78,320* 10^{9} m
Entfernung WMAP Sonne:		8,5877* 10^{11} m
Gravitativer Radius von WMAP:	(***F2/F1)***	6,4458591* 10^{11} m

Errechnet man mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse,

so erhält man mit Formel	***(F6)***	1,9953577 .10^{30} kg
Das entspricht genau der Summe aus Jupiter- und Sonnenmasse	***Addition*** der Ausgangswerte	1,9953577 .10^{30} kg



Grafik 7 *Darstellung der Abstandsverhältnisse der Massen im WMAP-Jupiter–Sonne-System zueinander. Der gravitative Drehpunkt ist deutlich vom Massenschwerpunkt getrennt.*

Resümee:
Alle errechneten Werte sind stimmig, damit ist die Richtigkeit der mathematischen Berechnung über den gravitativen Drehpunkt auch im Jupiter-Sonne-System nachgewiesen.

Es folgt nun der Vergleich mit einer galaktischen Berechnung: Die Massen einer Galaxie werden über die Umlaufgeschwindigkeit der rotierenden Massen berechnet. Dabei wird stets das statische Massenzentrum (Das Zentrum der Galaxie) als Ausgangspunkt für den Radius genommen.
Rechnet man nun gleicherweise die gravitativ wirkende Masse (der Sonne und des Jupiters) mit dem visuellen Radius (Sonnenmittelpunkt – WMAP) über die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP aus,

so erhält man mit der Formel **(F6)** 2,6583785 .10^{30} kg

Dieser errechnete Massenwert liegt um **+ 33,23 % !**
über dem tatsächlich vorhandenen Massenwert. Der Anteil der dunklen Materie hat sich, wie zuvor vermutet, deutlich erhöht. (Mehr als verzehnfacht!)

Damit wäre rechnerisch nachgewiesen, dass auch im Sonnensystem eine **erhebliche Menge** an dunkler Materie existieren müsste, was sie aber definitiv nicht tut. Die Berechnung der Masse eines Massensystems kann, was die Berechnung deutlich zeigt, **nicht** über das statische Massenzentrum

(und auch nicht über den Massenschwerpunkt der nicht in der Sonnenmitte liegt) erfolgen, sofern Librationsbahnen vorliegen. Librationsbahnen liegen immer dann in einem Massensystem vor, wenn die anziehenden Massen ihre Positionen nicht verändern (Der gravitative Drehpunkt nicht mit dem visuellen Drehpunkt übereinstimmt). Man berechnet so, über das visuelle Drehzentrum, nur eine fiktive Masse, die mit der tatsächlichen Masse nichts zu tun hat.

> (Die Frage ist, wann kann über das statische Massenzentrum gerechnet werden?
> Antwort: Es gibt nur einen einzigen Sonderfall, in dem man so rechnen kann: Es dürfen nur zwei dimensionslose Massepunkte so berechnet werden. Alle Berechnungen mit voluminösen Körpern haben Fehler, wenn auch manchmal nur äußerst geringe, wenn man über den Massenschwerpunkt rechnet. Die Pioneer Anomalie zeigt genau diesen Fehler. Eine Berechnung dazu ist im letzten Teil dieser Arbeit ausgeführt.)

Denn, die eben genannte Formel ist zusammen mit dem visuellen Drehpunkt in der wissenschaftlichen Fachwelt **die Berechnungsbasis** für jede galaktische Massenverteilung! Damit ist auch nachgewiesen, dass sich in einer Galaxie die Massen nur auf Librationsbahnen und nicht auf Kepler Bahnen um das Zentrum bewegen können. Mithin muss die galaktische Massenberechnung, die zu einer dunkle Materie führt, als ein Rechenfehler bezeichnet werden.

Die eingangs aufgestellte Vermutung: „Weil Galaxie und Planetensystem durch diesen Sonderfall in ihren dynamischen Bewegungen vergleichbar werden, sollte durch entsprechende Berechnungen auch gezeigt werden können, das die Ergebnisse in beiden Fällen vergleichbar ausfallen."

Diese Vermutung hat sich bestätigt, denn auch in unserem Planetensystem lässt sich eine dunkle Materie errechnen, wie sie gleicherweise auch in den Galaxien über die Umlaufgeschwindigkeit und das visuelle Drehzentrum errechnet wird.

Rechnet man mit der gleichen Formel **(F6)** aber über den **gravitativen Drehpunkt** und nicht über das visuelle Dreh-Zentrum, so werden die richtigen, tatsächlich vorhandenen Massenwerte im Planetensystem problemlos errechnet. Berechnet man eine Galaxie nach den gleichen Vorgaben, so sollte auch hier eine dunkle Materie völlig entfallen. Auch diese Voraussage soll an einem Rechenbeispiel (Nr. 3.4) überprüft werden.

Es ist leicht zu erkennen, dass der für die korrekte Berechnung so wichtige **gravitative Drehpunkt** zwischen dem Jupiter und der Sonne liegt. Subtrahiert man vom Radius $_{\text{Sonne – WMAP}}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Zentrums vom Sonnenmittelpunkt.

$8{,}5877 * 10^{11}$ m - $6{,}445859 * 10^{11}$ m = $2{,}1175188 * 10^{11}$ m

Damit befindet sich der gravitative Drehpunkt 214,1841 Millionen km über dem Sonnenzentrum, diese Entfernung entspricht in etwa der Marsumlaufbahn. (Siehe Grafik 2)

Nun ist das Massenverhältnis Jupiter zu Sonne von etwa 1 : 315 schon einer galaktischen Massenverteilung ein wenig ähnlicher als das Erde–Sonne Massenverhältnis. Wirklich vergleichbar wäre aber ein Massenverhältnis von 1:20 oder gar 1:10.
Führt man eine solche Berechnung mit diesen Massenverhältnissen durch, so zeigt sich, dass der Anteil der dunklen Materie letztlich auf über 100% ansteigt. In der nun folgenden 3. Berechnung wird die Jupitermasse deshalb um den Faktor 30 erhöht, damit ist die Sonne nur noch zehnmal schwerer als Jupiter 30.

3.3 Berechnung aller WMAP Parameter im Jupiter30 – Sonne Modell

In diesem Rechenbeispiel wird die Masse des Jupiters um den Faktor 30 erhöht, alle anderen Ausgangswerte bleiben unverändert. Die einzelnen Rechenschritte gleichen bis ins Detail der 1. Berechnung, deshalb wird auf eine nochmalige Darstellung der Berechnung im Detail verzichtet.
Hinweis: Der eigentliche Massendrehpunkt der beiden großen Massen liegt außermittig der Sonne bei ca. $78\ 10^{6}$ km vom Sonnenmittelpunkt entfernt. Diese Verschiebung des Drehpunktes wird bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt, da es bei dieser Berechnung um grundsätzliche Dinge geht. Die Vergleichbarkeit mit einer Galaxie soll in jedem Fall gewährleistet sein. Rechnet man mit dem

tatsächlichen Massenschwerpunkt von Sonne und Jupiter30, so errechnet sich der gleiche Anteil an Dunkler Materie, wie wenn man über das Sonnenzentrum rechnet!

Das Mengenverhältnis der drei Massen beträgt :

Satellit,		Jupiter		und Sonne
1. 10^{-24}	:	31.410	:	ca. 330.000

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	66,7428* 10^{-12}
2.Sonnenmasse	1,98910000 .10^{30}kg
3.Jupitermasse	30 * 1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
4.Entfernung Jup – Sonne	0,780450 10^{12} m
5. WMAP Masse	1,000000 kg

Gesucht wird:

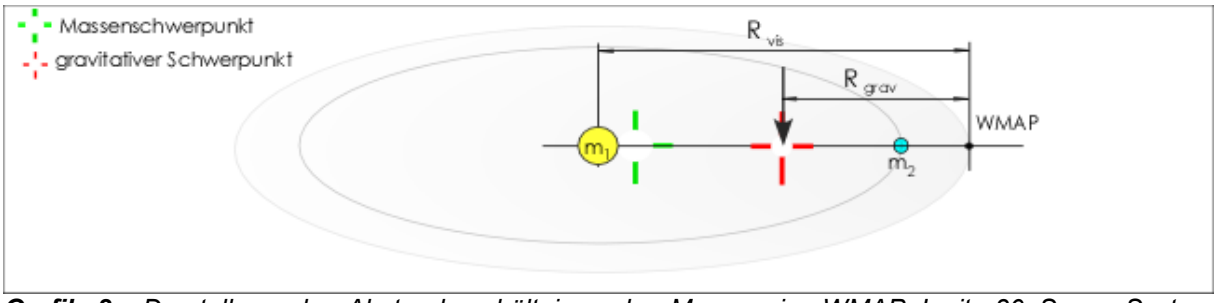
Die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP um die Sonne
Die Entfernung von WMAP vom Jupitermittelpunkt (oder von der Sonne)
Kann noch mehr dunkle Materie in diesem Dreikörperproblem gefunden werden?

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Jupiterumlauf um die Sonne/200 in Tagen:	(***F4***)	4.159,65 Tage
Bahngeschwindigkeit Jupiter:	(***F3***)	13.644,01 m/s
Bahngeschwindigkeit WMAP :	(***F3/ F2/F1***)	17.438,43 m/s
WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	4.159,65 Tage
Entfernung WMAP Jupiter:		217,045* 10^{9} m
Entfernung WMAP Sonne:		9,9749458* 10^{11} m
Gravitativer Radius von WMAP:	(***F2/F1)***	4,777648* 10^{11} m

Errechnet man mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse,
so erhält man mit Formel ***(F6)*** 2,1768311 .10^{30} kg
Das entspricht genau der Summe aus
Jupiter- und Sonnenmasse ***Addition*** der Ausgangswerte 2,1768311 .10^{30} kg

Resümee:
Alle errechneten Werte sind stimmig, damit ist die Richtigkeit der mathematischen Berechnung über den gravitativen Drehpunkt auch im Jupiter30-Sonne-System nachgewiesen.



Grafik 8 *Darstellung der Abstandsverhältnisse der Massen im WMAP-Jupiter30–Sonne-System zueinander. Der Massenschwerpunkt (grünes Fadenkreuz) liegt nun, im Verhältnis zur Vorberechnung, deutlich von der Sonne weg, hin zu Jupiter verschoben.*

Es folgt nun der Vergleich mit einer galaktischen Berechnung: Die Massen einer Galaxie werden über die Umlaufgeschwindigkeit der rotierenden Massen berechnet. Dabei wird stets das statische Massenzentrum (Das Zentrum der Galaxie) als Ausgangspunkt für den Radius genommen.
Rechnet man nun gleicherweise die gravitativ wirkende Masse (der Sonne und des Jupiters30) mit dem visuellen Radius (Sonnenmittelpunkt – WMAP) aus,
so erhält man mit der Formel **(F6)** 4,5448665 .10^{30} kg

Dieser errechnete Massenwert liegt um **+ 108,8 % !**

über dem tatsächlich vorhandenen Massenwert. Der Anteil der dunklen Materie im „Sonnensystem“ hat sich, wie zuvor vermutet, wiederum deutlich erhöht.

Die eingangs aufgestellte Vermutung: „Weil Galaxie und Planetensystem durch diesen Sonderfall in ihren dynamischen Bewegungen vergleichbar werden, sollte durch entsprechende Berechnungen auch gezeigt werden können, das die Ergebnisse in beiden Fällen vergleichbar ausfallen.“

Diese Vermutung hat sich bestätigt, denn auch in unserem Planetensystem lässt sich die gleiche Menge an dunkler Materie errechnen, wie sie ebenso auch in den Galaxien über die gleich bleibende Umlaufgeschwindigkeit und das visuelle Massenzentrum errechnet wird.

Rechnet man mit der gleichen Formel **(F6)** aber über den **gravitativen Drehpunkt** und nicht über das visuelle Dreh-Zentrum, so werden die richtigen, tatsächlich vorhandenen Massenwerte im „Sonnensystem“ problemlos errechnet. Berechnet man eine Galaxie nach den gleichen Vorgaben, so sollte auch hier eine dunkle Materie völlig entfallen. Auch diese Voraussage soll an einem Rechenbeispiel überprüft werden.
Es ist leicht zu erkennen, dass der für die korrekte Berechnung so wichtige **gravitative Drehpunkt** zwischen dem Jupiter30 und der Sonne liegt. Subtrahiert man vom Radius $_{\text{Sonne – WMAP}}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Zentrums vom Sonnenmittelpunkt.

$10{,}006900 * 10^{11}$ m - $4{,}777648 * 10^{11}$ m = $5{,}229252 * 10^{11}$ m

Damit befindet sich der gravitative Drehpunkt 522,9252 Millionen km über dem Sonnenzentrum, diese Entfernung entspricht in etwa dem Bereich der um die Sonne kreisenden Kleinplaneten .

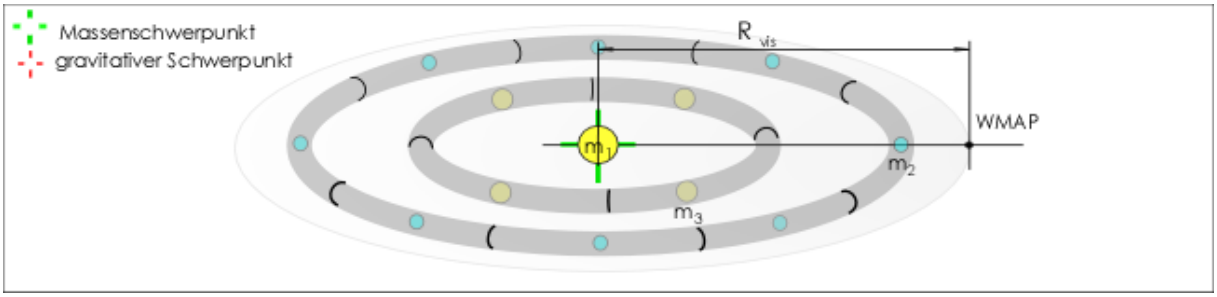
Nun ist das Massenverhältnis der Sonne zu Jupiter30 von etwa 10 : 1 schon einer galaktischen Massenverteilung erheblich ähnlicher als alle bisher betrachteten Massenverhältnisse. Wirklich vergleichbar wäre aber erst eine Ansammlung von mehr als zwei Massen in einem Vielkörpermodell. Nun bewegen sich die Massen im Planetensystem aber nicht mit einer gleich bleibenden Winkelrotation und deshalb ändern sich die Abstände der Massen zueinander ständig. Nimmt man aber zwei Materieringe, die um die Sonne kreisen, ähnlich den Ringen im Saturnsystem, so bleiben die Massenmengen in diesem „Planetensystem“ ebenso unverändert, wie bei einer galaktischen Massenansammlung. Diese Massenringe aus Staub werden aus Vereinfachungsgründen zu Körpern oder Massepunkten zusammengefasst Diese „planetare“ Momentaufnahme ist dann mit einer galaktischen Massenverteilung, die sich in ihren grundsätzlichen Dimensionen über die Zeit ja auch nicht verändert, sehr wohl vergleichbar. Hier ist also nun, wie bisher auch, eine Momentaufnahme völlig ausreichend.
Führt man eine solche planetare Vielkörperberechnung durch, so sollten sich auch hier die Massen eindeutig berechnen lassen. **Mit diesem Vielkörpermodell ist der Übergang vom Planetensystem zur Galaxie vollzogen und damit eine direkte Vergleichbarkeit zwischen beiden Massensystemen hergestellt.**

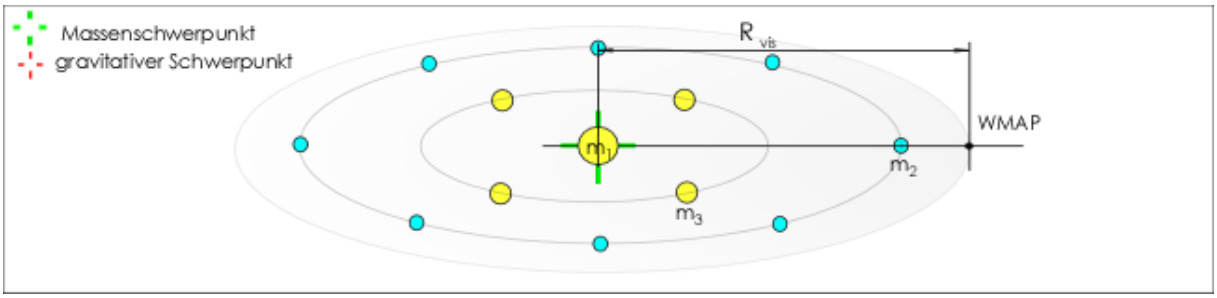
3.4 Berechnung aller WMAP Parameter im Vielkörpermodell

Diese Berechnung wird im Anhang ausführlich dargestellt

In diesem Rechenbeispiel wird die Masse der Sonne im Zentrum im Verhältnis zum Jupiter auf den Faktor 131 reduziert,
4 weitere Massen (4 Segmente des Staubringes) befinden sich auf einer inneren „starren“ Umlaufbahn sie, die Segmente, haben jeweils die Massen von 31Jupitermassen
am Rand kreisen 8 Massen (8 Segmente eines äußeren Staubringes) mit einer Einzelmasse von 8,25 Jupitermassen
Das Mengenverhältnis der vier unterschiedlichen Massen beträgt dann:

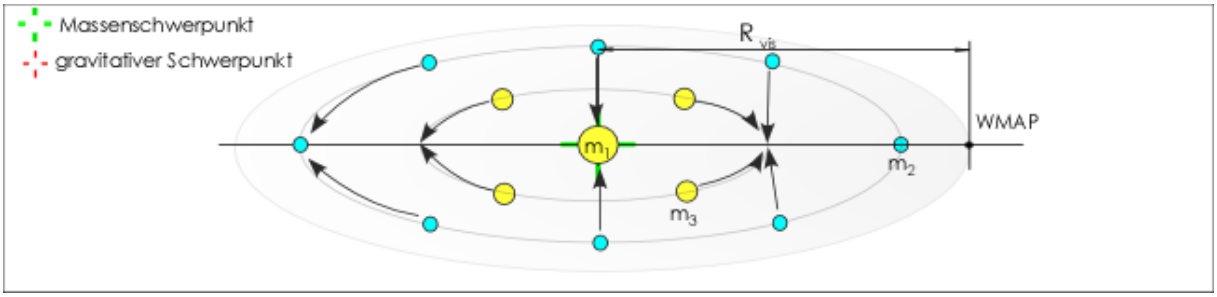
Satellit,		Segment (Planet) außen		Segment (Planet) innen		und Sonne
$1.\ 10^{-20}$	:	8,25	:	31	:	137





Grafik 9a+9b *Darstellung einer „galaktischen" Massenanordnung (bestehend aus Staubringen in Grafik 9a) im Planetensystem, die zusammenzufassen ist (Grafik 9b), um die Abstandsverhältnisse der Massen im WMAP-Vielkörper-System darzustellen Es gibt in diesem Minimalmodell eine Zentralmasse, hier Sonne genannt, dann folgen 4 Innenmassen (Zusammenfassungen der vier Ringsegmente), hier auch gelb gefüllt, und 8 Außenmassen (Zusammenfassung der acht Ringsegmente), die blau hinterlegt sind. Die Innenmassen und die Außenmassen sind also keine Festkörper, sondern Zusammenfassungen eines jeweiligen Staubringsegments um den Zentralkörper.*

Diese Massen werden auf einer Achse (WMAP Zentrum und darüber hinaus) zusammengefasst, Die Zusammenfassung erfolgt aus Vereinfachungsgründen in nur fünf Massepunkten auf der Achse WMAP – Zentrum. Die folgende Grafik zeigt, mit den eingefügten Pfeilen, welche Massen in welchem Punkt zusammengefasst werden.



Grafik 10 *Die Zusammenfassung der Massen (Kräfte) in fünf Massepunkten auf der Achse WMAP Zentrum Diese zusammengefassten Massen werden im mathematischen Anhang mit neuen Namen versehen:* $M_{s++} + M_a + M_{2m++} + M_{2mh} + M_{3ah}$

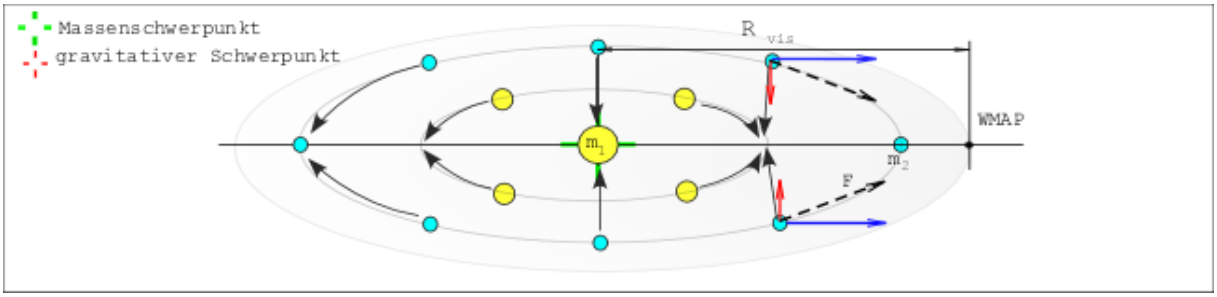
Wobei die Indizes
den Ort bezeichnen *s = sol*
a = außen
m = mitte
h = hinten
+ = zuaddierte Masse

In der Grafik 12 (unten) werden die gleichen Punkte noch bezeichnet, was einer einfachen Durchnummerierung entspricht. $m_{1+} + m_2 + m_{3+} + m_{4+} + m_{5+}$

Bevor die Massen auf der Achse WMAP-Zentrum zusammengefasst werden können, sind die Massen in Kräfte und deren Massenäquivalente umzurechnen, die sie auf den Satelliten WMAP ausüben. (Dies geschah auch in den vorangegangenen Berechnungen)

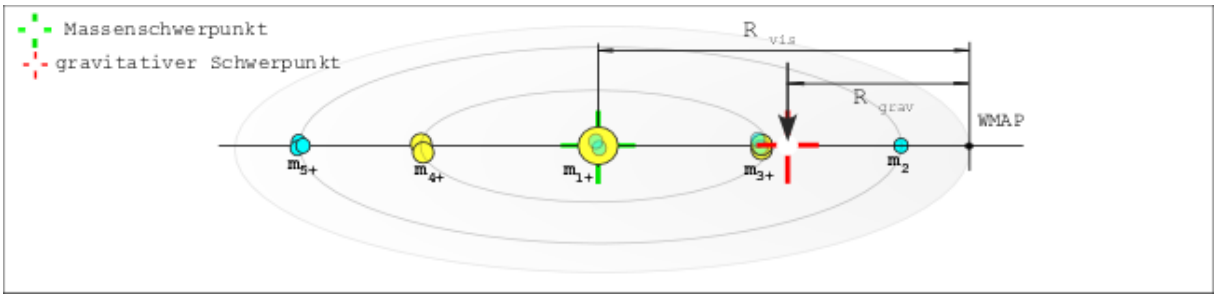
Alle Kräfte der Massen, die außerhalb der Achse WMAP- Zentrum liegen, sind ferner gemäß Kräfteparallelogramm entsprechend zu reduzieren. (Diese Kräftereduzierung ist neu in der

Betrachtung) Achtung: Nicht die gestrichelten Kräftepfeile gelten, sondern die blauen Pfeile. Die roten Pfeile zeigen den sich gegeneinander aufhebenden Kräfteanteil.



Grafik 11 *Kräftereduzierung gemäß Kräfteparallelogramm für die Massen(Kräfte) die außerhalb der Achse WMAP-Zentrum liegen.*

Sind die Massen (Kräfte) auf der Achse WMAP-Zentrum zusammengefasst, so ist zunächst zu berechnen, mit welcher Geschwindigkeit die Masse m2 um das Zentrum kreist. Die Umlaufgeschwindigkeit von m2 ist nun erheblich größer, als wenn sie nur um m1 kreisen würde. Damit ist auch die Umlaufdauer von WMAP kürzer als bisher und die Geschwindigkeit wird auch größer.
Mit dieser Art der Zusammenfassung einer galaktischen Massenverteilung zu einem planetaren Szenario ist der Umlauf des WMAP Satelliten; und damit der Umlauf einer galaktischen Randmasse berechenbar geworden.



Grafik 12 *Darstellung der Abstandsverhältnisse der zusammengefassten Massen (Kräfte) im WMAP-Vielkörpersystem.*

<u>Ausgangswerte:</u>

1.Gravitationskonstante	66,7428* 10^{-12}
2.Sonnenmasse m1	131*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
3.Außenmasse m2/m5	8,25*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
4. Innenmasse m3/m4	31*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
5.Entfernung Außenm. – Sonne	0,780450 10^{12} m
6.Entfernung Innenm – Sonne	0,390000 10^{12} m
7. WMAP Masse	1,000000 kg

<u>Gesucht wird:</u>
Die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP um die Sonne
Die Entfernung von WMAP vom Außenmassemittelpunkt (oder von der Sonne)
Wie viel dunkle Materie kann in diesem Vielkörperproblem gefunden werden?

<u>Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:</u>

Außenmasseumlauf um die Sonne m1 in Tagen:	(***F4***)	4601,023 Tage
Bahngeschwindigkeit Außenmasse:	(***F3***)	12.335,13627 m/s
Bahngeschwindigkeit WMAP :	(***F3/ F2/F1***)	14.970,9894 m/s
WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	4.601,023 Tage
Entfernung WMAP Außenm.:		166,771630* 10^{9} m
Entfernung WMAP Sonne:		9,4722163* 10^{11} m
Gravitativer Radius von WMAP:	(***F2/F1)***	5,29824430* 10^{11} m

Errechnet man mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse,
so erhält man mit Formel ***(F6)*** 1,7792156* 10^{30} kg
Das entspricht genau der Summe aus den um den Kräfteparallelo-
grammanteil reduzierten Massenäquivalent aller Massen 1,7792156* 10^{30} kg

Die Addition aller Massen ergibt ***Addition*** der Ausgangswerte 2,0462693* 10^{30} kg

---

Resümee:
Alle errechneten Werte sind stimmig, damit ist die Richtigkeit der Berechnung über den gravitativen Drehpunkt auch im Vielkörper-System nachgewiesen.

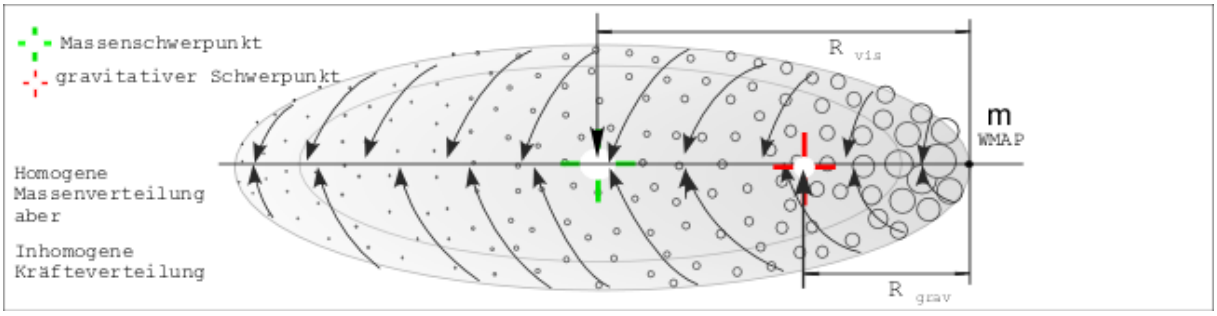
Es folgt nun der Vergleich mit einer galaktischen Berechnung: Die Massen einer Galaxie werden über die Umlaufgeschwindigkeit der rotierenden Massen berechnet. Dabei wird stets das statische Massenzentrum (Das Zentrum der Galaxie) als Ausgangspunkt für den Radius genommen.
Rechnet man nun gleicherweise die gravitativ wirkende Masse mit dem visuellen Radius (Sonnenmittelpunkt – WMAP) aus,
so erhält man mit der Formel **(F6)** 3,1808866 .10^{30} kg

Dieser errechnete Massenwert liegt um **+ 55,45 % !**
über dem tatsächlich vorhandenen Massenwert. Der Anteil der dunklen Materie hat sich, wie zuvor vermutet, auch im galaktischen, planetaren Vielkörper-Massenmodell bestätigt.
(Dieser errechnete Massenwert liegt um **+ 78,78 % !**über dem errechneten Massenäquivalentwert.)

Die eingangs aufgestellte Vermutung: „Weil Galaxie und Planetensystem durch diesen Sonderfall in ihren dynamischen Bewegungen vergleichbar werden, sollte durch entsprechende Berechnungen auch gezeigt werden können, das die Ergebnisse in beiden Fällen vergleichbar ausfallen."

Diese Vermutung hat sich bestätigt, denn auch in einem planetaren Vielkörpersystem lässt sich eine dunkle Materie errechnen, wie sie gleicherweise auch in den Galaxien über die Umlaufgeschwindigkeit und das visuelle Massenzentrum errechnet wird.

Rechnet man mit der gleichen Formel **(F6*)*** aber über den **gravitativen Drehpunkt** und nicht über das visuelle Dreh-Zentrum, so werden die richtigen, tatsächlich vorhandenen Massenäquivalentwerte (nicht zu verwechseln mit den Massenrealwerten!) im Planeten- oder Vielkörpersystem problemlos errechnet. Berechnet man eine Galaxie nach den gleichen Vorgaben, so entfällt eine dunkle Materie völlig. Auch diese Voraussage ist mit dem oben aufgeführten Rechenbeispiel mathematisch überprüft und bestätigt worden.
Die folgende Grafik zeigt eine galaktische Massenverteilung mit dem gravitativen Radius und der Zusammenfassung aller Massen auf der verlängerten Achse **m_{WMAP} Zentrum**



Grafik 13 *Darstellung einer galaktischen Massenfläche mit den zusammengefassten Massen (Kräfte) in der Art des WMAP-Vielkörpersystems. Beide Massensysteme (Grafik 12 und Grafik 13) sind direkt miteinander vergleichbar, der Fehlerzwischen beiden, bedingt durch die geringe Massenpunktezahl in Grafik 12, liegt unter 20%.*

Es ist leicht zu erkennen, dass der für die korrekte Berechnung so wichtige **gravitative Drehpunkt** zwischen Randmasse und dem visuellen Zentrum liegt. Subtrahiert man vom Radius $_{Zent\ -\ WMAP}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Zentrums vom Sonnenmittelpunkt.

$9{,}4722163 * 10^{11}$ m - $5{,}2982443 * 10^{11}$ m = $4{,}1739720 * 10^{11}$ m

Damit befindet sich der gravitative Drehpunkt 417,39720 Millionen km über dem Sonnenzentrum, diese Entfernung entspricht in etwa dem Bereich der um die Sonne kreisenden Kleinplaneten .

An dem oben aufgeführten Vielkörperbeispiel zeigt sich deutlich die Berechenbarkeit der Massen einer galaktischen Fläche. Es konnte auch in allen Beispielen in unserem Planetensystem gezeigt werden, wie durch die Berechnung der Massen über das Zentrum stets ein zu hoher Massenwert errechnet wird. Ferner konnte gezeigt und bewiesen werden, dass die Anzahl der Massen, ob nur drei Massen betrachtet werden oder 30 oder 300, hierbei letztlich keine Rolle spielt. Es konnte ferner gezeigt werden, dass der gravitative Drehpunkt nicht mit dem Massenschwerpunkt übereinstimmt. Die Berechnung einer galaktischen Fläche lässt sich mit einem PC der heutigen Leistung problemlos durchführen. Eine Modellrechnung dazu ist frei verfügbar und kann unter www.kosmoskrau.de „Rechenwerkzeuge“ herunter geladen werden.
Es folgt nun die Berechnung des Satelliten SOHO, der zwischen Erde und Sonne im Lagrangepunkt 1 die Sonne umrundet.

3.5 Berechnung aller SOHO Parameter im Erde – Sonne Modell

Das Mengenverhältnis der drei Massen:

Erde		Satellit,		Sonne beträgt
1	:	$1.\ 10^{-24}$	:	2.000.000

Es handelt sich um ein Dreikörperproblem
Bedingung: Die Positionen der drei Massen zueinander ändern sich nicht.

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	$66{,}7428 * 10^{-12}$
2.Sonnenmasse (M_s) m2	$1{,}98910000 .10^{30}$ kg
3.Erdmasse (M_e) m1	$5{,}9736 \cdot 10^{24}$ kg.
4.Entfernung Erde – Sonne ($R_{e\text{-}s}$)	$0{,}1496150\ 10^{12}$ m
5. SOHO Masse	1,000000 kg

Gesucht wird:
Die Umlaufgeschwindigkeit von SOHO um die Sonne
Die Entfernung von SOHO vom Erdmittelpunkt (oder von der Sonne)
Kann eine dunkle Materie in diesem Dreikörperproblem gefunden werden?

Achtung: Die genaue mathematische Ausführung der Berechnung kann im Anhang detailliert mitverfolgt werden.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

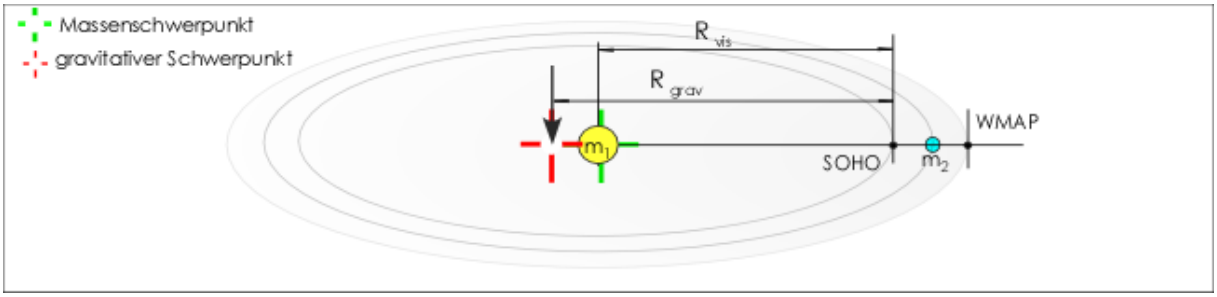
Erdumlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	365,25 Tage
Bahngeschwindigkeit der Erde:	(***F3***)	29.788,15 m/s
Bahngeschwindigkeit SOHO :	(***F3/ F2/F1***)	29.492,12541 m/s
SOHO Umlauf um die Sonne in Tagen:	(***F4***)	365,25 Tage
Entfernung SOHO Erde:		$1{,}486820 * 10^{9}$ m
Entfernung SOHO Sonne:		$1{,}4812818 * 10^{11}$ m

Zur Kontrolle werden die Massen aus der Umlaufgeschwindigkeit von SOHO errechnet, dazu benötigt man den gravitativen Radius.

Gravitativer Radius von SOHO:	(***F2/F1)***	$1{,}52633618421 * 10^{11}$ m

Errechnet man mit dem gravitativen Radius die anziehende Masse,

so erhält man mit Formel	***(F6)***	$1{,}989105974 .10^{30}$ kg
Das entspricht genau der Summe aus Erd- und Sonnenmasse	***Addition*** der Ausgangswerte	$1{,}989105974 .10^{30}$ kg



Grafik 14 *Darstellung der Abstandsverhältnisse der Massen im Erde-SOHO-Sonne-System zueinander. Der gravitative Drehpunkt für den Satelliten SOHO liegt von der Erde aus gesehen hinter der Sonne!*

Resümee:
Alle errechneten Werte über die Entfernung von SOHO zur Erde, sowie die Umlaufgeschwindigkeit findet man auch in der Literatur wieder und sie sind mathematisch stimmig, damit ist die Richtigkeit der Berechnung über den gravitativen Drehpunkt für SOHO eindeutig nachgewiesen.(siehe Anhang)

Es folgt nun der Vergleich mit einer galaktischen Berechnung: Die Massen einer fernen Galaxie werden grundsätzlich über die visuelle Umlaufgeschwindigkeit der rotierenden Massen berechnet. Dabei wird in der gängigen Wissenschaft stets das statische Massenzentrum (Das Zentrum der Galaxie) als Ausgangspunkt für den Radius genommen und man geht von Keplerbahnen für die umlaufenden Massen aus.
Rechnet man nun gleicherweise die gravitativ auf SOHO wirkende Masse (der Sonne und der Erde) mit dem visuellen Radius (Sonnenmittelpunkt – SOHO) über die Umlaufgeschwindigkeit aus,
so erhält man mit der Formel ***(F6)*** $1{,}9303916 \cdot 10^{30}$ kg

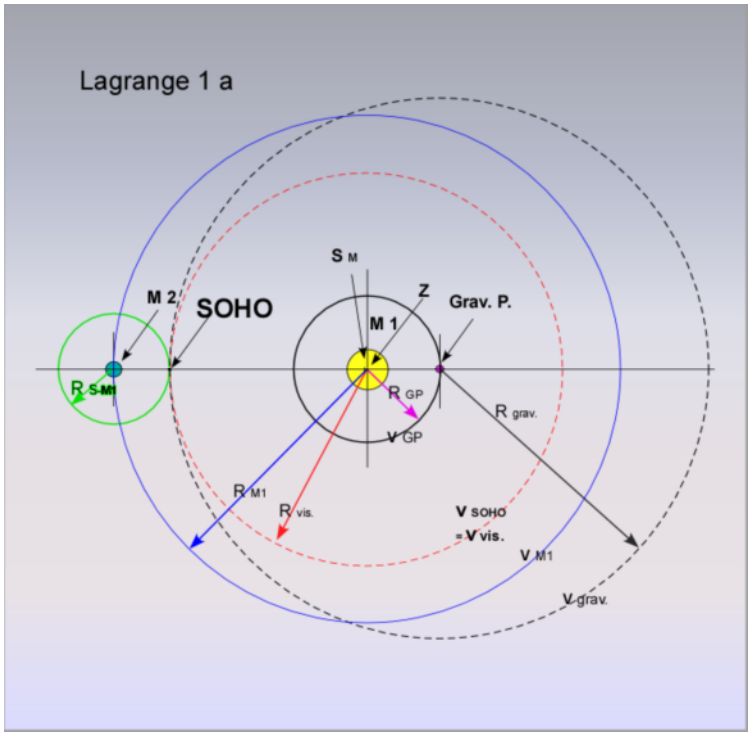
Dieser errechnete Massenwert liegt um **- 2,952 %**
unter dem tatsächlich vorhandenen Massenwert. Das entspricht einer verminderten Masse von nahezu 10.000 Erdmassen! (genau 9828,98 Erdmassen)
In den Vorberechnungen des Satelliten WMAP, der für eine betrachtete **Randmasse in einer Galaxie** steht, konnte eine Dunkle Materie berechnet werden. Der Satellit SOHO steht nun für eine Masse die **innerhalb einer galaktischen Fläche** liegt. Hier zeigt sich, am Beispiel des Satelliten SOHO, das in einer wissenschaftlichen galaktischen Berechnung die Innenmassen zu klein (verringert) ausfallen.
Werden nun Innenmassen und Außenmassen einer galaktischen Fläche zueinander in Relation gesetzt, so erscheint der Abstand der vermeintlich real errechneten Massen zum Rand der Galaxie hin nun noch extremer.

Damit wäre mathematisch nachgewiesen, dass auch im Sonnensystem, wie in einer Galaxie auch, über das Massenzentrum ausschließlich eine **fiktive Masse** berechnet werden kann.

Denn, diese eben genannte Formel ist **die Berechnungsbasis** für jede galaktische Massenverteilung! Mit der Formel **(F6)** wird bei einer flachen Umlaufgeschwindigkeitsverteilung der Massen in der galaktischen Fläche stets eine zum Rand der Galaxie hin **linear ansteigende Massemenge** (oder zum Zentrum hin linear abfallende Massenmenge) über das Zentrum errechnet. Die Massenzunahme ist allein vom Radius abhängig, da die Umlaufgeschwindigkeit der Massen in der Galaxie vom Zentrum zum Rand hin nahezu unverändert bleibt.

Rechnet man mit der gleichen Formel **(F6)** aber über den **gravitativen Drehpunkt** (mit der tatsächlichen gravitativen Bahn von SOHO, wie oben geschehen) und nicht über das visuelle Dreh – Zentrum (mit Librationsbahn), so werden die richtigen, tatsächlich vorhandenen Massenwerte der anziehenden Körper errechnet.

Damit ist mathematisch erwiesen, dass ohne die exakte Bestimmung des gravitativen Drehpunktes eine korrekte Massenberechnung im Dreikörpersystem (Vielkörpersystem = Sonnensystem oder Galaxie) nicht möglich ist.



Grafik 15
Die schematische grafische Darstellung aller für den Satelliten SOHO relevanten Parameter im Lagrange Punkt 1. Der gravitative Drehpunkt liegt hinter der Sonne und nicht zwischen der Erde und der Sonne! Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, das der Satellit SOHO gravitativ von der Sonne angezogen wird, vermindert um die Anziehungskraft der Erde. Rückt man den Satelliten näher an die Erde, so heben sich in einem bestimmten Punkt Sonnenanziehung und Erdanziehung auf. Rückt man den Satelliten noch näher an die Erde, so ist es möglich ihn auf einer Art sonnenstationären Bahn genau zwischen Erde und Sonne zu halten. Die Störung des Mondes ist aber in diesem Punkt zu groß. Mathematisch gesehen gibt es also noch einen zweiten Lagrangepunkt 1 (Siehe am Ende der Abhandlung und auch Grafik 4 und 18)

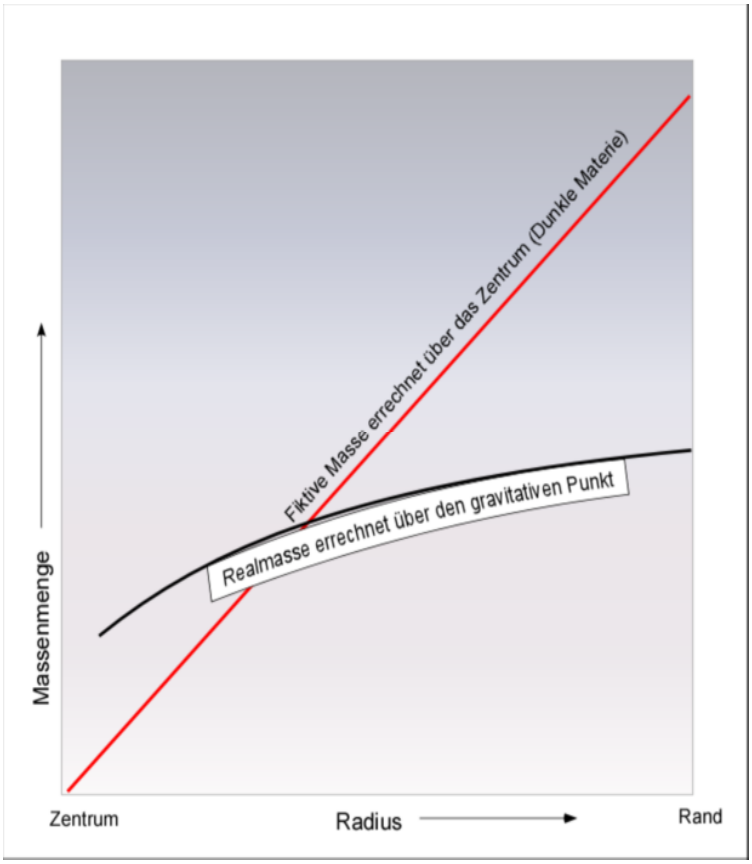
In der Grafik 15 sind alle relevanten Größen schematisch eingetragen. Es ist leicht zu erkennen, dass der für die korrekte Berechnung so wichtige gravitative Drehpunkt für SOHO **nicht!** zwischen der Erde und der Sonne liegt. Subtrahiert man vom Radius $_{\text{Sonne – SOHO}}$ den gravitativen Radius, so erhält man als negativen Wert den Abstand des gravitativen Zentrums für SOHO vom Sonnenmittelpunkt.

$1{,}48128180 * 10^{11}$ m - $1{,}52633618421 * 10^{11}$ m = $0{,}04505438421 * 10^{11}$ m

Damit befindet sich der gravitative Drehpunkt (für SOHO) 4,5054 Millionen km hinter dem Sonnenzentrum. (Das entsprich etwa einer Höhe über der Sonnenoberfläche von 3,744 Millionen km.)

Nach den bisherigen Berechnungen beider Satelliten zeigt sich, dass über den zentralen Drehpunkt für den Randbereich einer Galaxie, dargestellt durch den Satelliten WMAP, eine zu große Masse errechnet wird. Im Innenbereich einer Galaxie wird über den zentralen Drehpunkt, dargestellt durch den Satelliten SOHO, eine zu geringe Masse berechnet. Trägt man diese über das Zentrum erhaltenen Berechnungswerte in eine Grafik gegen die tatsächlichen Massenwerte auf, so zeigt sich wie die beiden Massenwerte sich, abhängig vom Abstand der betrachteten Masse, gegeneinander tendenziell verschieben.
Nun ist die Erde im Massenverhältnis zur Sonne nur ein Winzling (1 : 2.000.000) und deshalb ist diese Konstellation nur ansatzweise mit einer galaktischen Massenverteilung zu vergleichen.
Es befinden sich in einer durchschnittlichen Galaxie nicht fast 100% aller Massen im Zentrum, sondern nur etwa 25 % der galaktischen Massen sind in der Nähe des Zentrums kumuliert. Alle anderen Massen verteilen sich in ihrer Dichte exponentiell fallend zum Rand der Galaxie hin.
Um eine bessere Vergleichbarkeit zwischen Planetensystem und Galaxie zu erhalten, ist deshalb die oben gemachte planetare Berechnung mit einer größeren „Randmasse“, wie etwa der des Jupiters statt der Erde, zu wiederholen. Der Anteil der „negativen“ Materie im Planetensystem, der über das Zentrum berechnet wird, sollte sich im Fall SOHO dann deutlich erhöhen. Die Berechnung mit einer verringerten Sonnenmasse oder einer größeren Außenmasse führt zu dem erwarteten Ergebnis.

Die Ergebnisse der Massenberechnung werden in der folgenden Grafik zusammengestellt.



Grafik 16 Schematische galaktische Massenmengen-darstellung

Die rote Massenlinie (siehe Fußnoten) stellt die typische, über das ***Zentrum der Galaxie*** *errechnete, falsche, fiktive Massenmenge einer Galaxie dar. (Gleiches gilt auch für das Planetensystem) Über die Umlaufgeschwindigkeit einer Randmasse errechnet sich eine etwa doppelt so große Massenmenge (dunkle Materie) als man real über den gravitativen Drehpunkt berechnet. Die Beispielrechnungen am Satelliten WMAP beweisen das mathematisch.*
Über die Umlaufgeschwindigkeit einer zentrumsnahen Masse errechnet sich eine kleinere Massenmenge als man real über den gravitativen Drehpunkt berechnet. Die Beispielrechnungen am Satelliten SOHO beweisen auch das mathematisch.
Die schwarze Massenlinie stellt die errechnete Masse über den jeweiligen ***gravitativen Drehpunkt*** *dar. Diese Massen findet man auch in der Realität wieder. Die Grundlage für beide! Arten der Berechnungen ist die Formel (* ***F6*** *)*

$$M = \frac{r \cdot v^2}{\gamma} \quad (kg)$$

Fußnoten

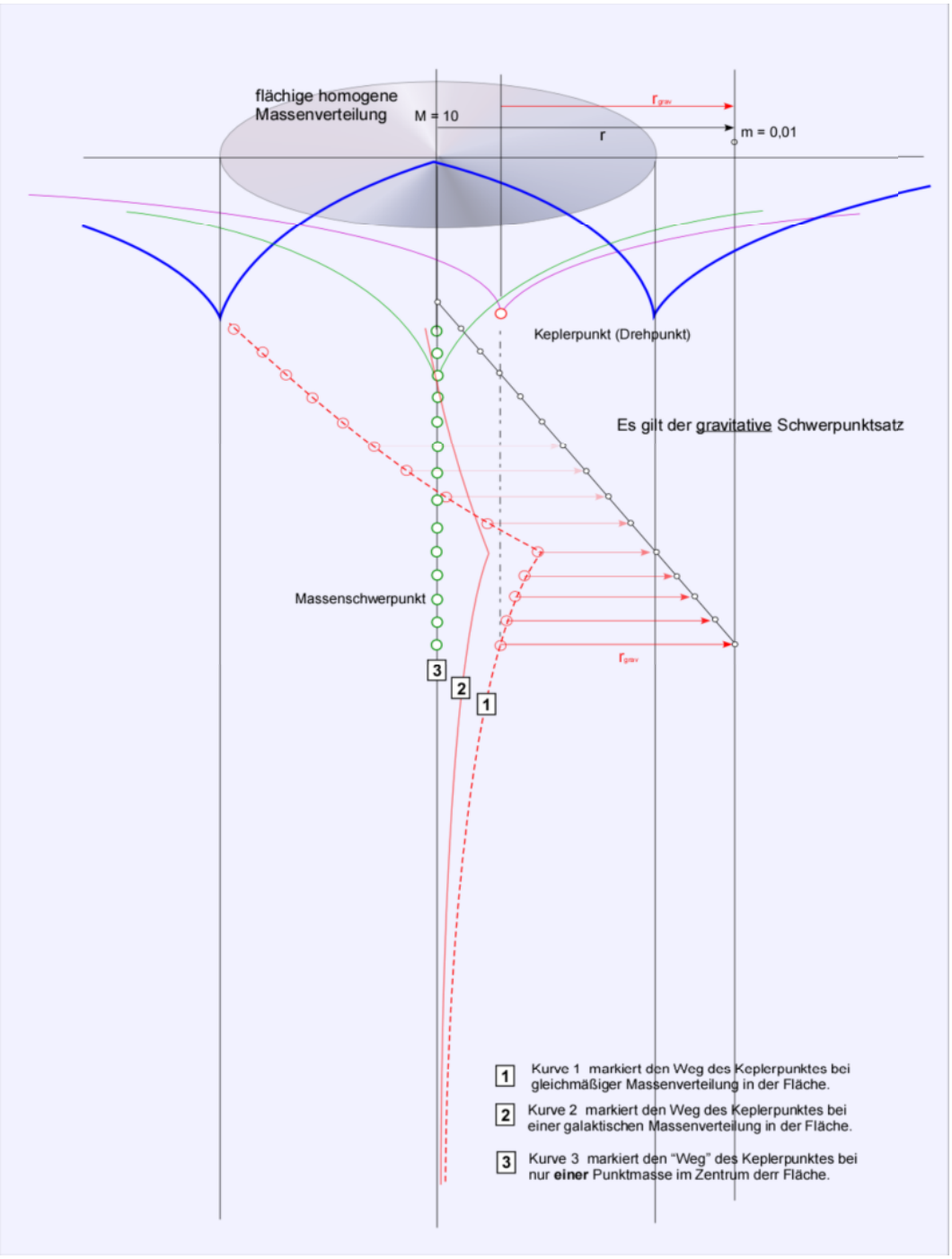
1 2 3 4 5

In den genannten Arbeiten in den Fußnoten, und nicht nur in diesen, ist stets die oben genannte Formel die Grundlage einer über das Massenzentrum errechneten Gesamtmasse. Das Ergebnis dieser Formel ist stets ein linearer Anstieg der Massen zum Rand. Auch wenn diese Formel in einer Arbeit nicht explizit erscheint, so erscheint immer das Ergebnis dieser Formel als linearer Massenanstieg.

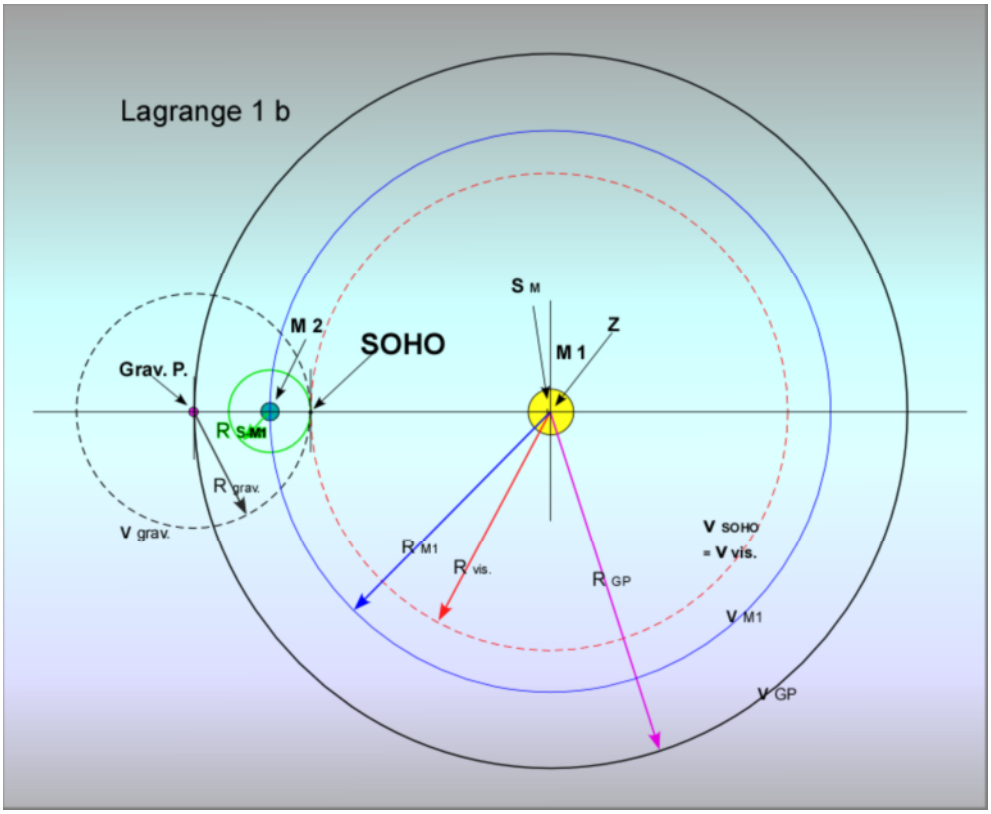
Der gravitative Drehpunkt liegt weder beim Sonnensystem noch bei einer Galaxie im Zentrum der Massen. Dieses konnte mathematisch an den Satelliten WMAP und SOHO bewiesen werden. Trägt man den Verlauf des gravitativen Drehpunktes gegen die Entfernung der betrachteten Masse vom Zentrum auf, so erhält man eine Kurve, aus der man für eine galaktische Fläche den gravitativen Radius abschätzen kann. Die rote gestrichelte Kurve in der folgenden Grafik 17 stellt den Weg des gravitativen Drehpunktes in einer Massefläche dar. Mit zunehmendem Abstand der betrachteten Einzelmasse vom Zentrum der Massefläche, nähert sich der gravitative Drehpunkt wieder dem zentralen Drehpunkt an, ohne diesen jemals zu erreichen. Warum das so ist, das kann am Beispiel der beiden Pioneer Sonden mathematisch rechnerisch nachvollziehbar dargestellt werden.

---

[1] Masso , Eduard 1995; S2 und 3 http://www.arxiv.org /astro-ph/pdf9601/9601145.pdf
[2] Das Zentrum der Galaxis S.41 Suw Spezial 2/2004
[3] Sterne und Weltraum 3/2005 S.92 Rechenbeispiel zur Dunklen Materie
[4] Burkert, Andreas (10/2006) Auf der Suche nach dunkler Materie in Ellipt. Galaxien, Sterne und Weltraum S. 23
[5] van Albada et al (1985), ApJ 295, 313



Grafik 17 *Der Verlauf des gravitativen Drehpunktes (rote gestrichelte Kurve) in Abhängigkeit der Entfernung der betrachteten Masse vom visuellen Drehpunkt wird hier gezeigt. Der gravitative Drehpunkt erreicht den statischen Masseschwerpunkt auch in der größten Entfernung der betrachteten Masse nicht, er nähert sich nur asymptotisch an.*



Grafik 18 *In diesem Lagrange Punkt ist der Satellit SOHO gravitativ an die Erde gebunden. Er bewegt sich auf einer, der Erddrehung um die Sonne entgegengesetzten Bahn. (Achtung: Diese Berechnung ist nur ohne den Erdenmond möglich) Der Satellit befindet sich 203.730,7 Km von Erdmittelpunkt entfernt und umrundet die Erde in genau einem Jahr. Damit bleibt er während eines Umlaufs stets zwischen Erde und Sonne.*

Zusammenfassung Teil 1

In allen mathematischen Berechnungen und Überlegungen konnte bewiesen werden, dass der visuelle Drehpunkt oder die statische Schwerpunktmasse eines Massensystems zur genauen Berechnung ungeeignet, ja falsch sind. Damit haben die Epizyklen und die dunkle Materie tatsächlich eine gemeinsame Ursache:

Den falschen visuellen Drehpunkt.

Der richtige Drehpunkt eines jeden Massesystems ist der gravitative Drehpunkt, der über den Kräfteschwerpunkt ermittelt wird.
Es konnte bewiesen werden, dass in einer galaktische Massenverteilung ausschließlich und auch in unserem Planetensystem Librationsbahnen existieren. Diese Librationsbahnen sind keine Keplerbahnen. Werden die beiden Bahnformen verwechselt, so führt das zur Berechnung einer dunklen Materie im Planetensystem genauso wie in einer Galaxie.

Ausblick

Was hier für die dunkle Materie mathematisch bewiesen wurde, das lässt sich in der logischen Folge in gleicher Weise auf die dunkle Energie anwenden. Auch in diesem Bereich ist das stets auf ein visuelles Massezentrum (hier der Urknall) bezogenes Denken die Ursache für die Fehlinterpretation der gravitativen Realitäten.
Damit sind die dunkle Energie, wie auch die Dunkle Materie, beide klare Fehlkonstruktion. Es gibt, und auch das ist mathematisch ebenso beweisbar, ein Fallen der Massen zum Rand des Universums. Es gibt keine dunkle Energie, wohl aber die ganz normale Gravitation der Massen, die in einem relativistisch aufgebauten Universum die Massen zum Rand hin anzieht.

4. Anhang I für detaillierte Berechnungen

Zusammenstellung der verwendeten Formeln

$$F = \frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad (\textbf{F1})$$

$$R_{grav.} = \frac{\left(F_{e-w} \cdot R_e + F_{s-w} \cdot R_s + \ldots\ldots \right)}{\left(F_{e-w} + F_{s-w} + \ldots\ldots \right)} = \qquad (\textbf{F2})$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \left(m_1 + m_2 \right)}{r}} \qquad (\textbf{F3})$$

$$T = \frac{r \cdot 2 \cdot \pi}{v \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} \qquad (\textbf{F4})$$

$$m_2 = \frac{F \cdot r^2}{\gamma \cdot m_1} \qquad (\textbf{F5})$$

$$M = \frac{r \cdot v^2}{\gamma} \qquad (\textbf{F6})$$

$$a = \frac{\left(\frac{F}{m} \right) \cdot t^2}{2} \qquad (\textbf{F7})$$

$$F_{ges.} = F_{e-w} + F_{s-w} \qquad (\textbf{F8})$$

$$R_{w-s} = R_{e-s} + R_{w-e} \qquad (\textbf{F9})$$

$$M_{ges.} = m_1 + m_2 = \qquad (\textbf{F10})$$

3.1 Berechnungsausführung und Rechenweg für alle WMAP Parameter im Erde – Sonne Modell

Das Mengenverhältnis der drei Massen:

Satellit,		Erde		Sonne beträgt
$1.\ 10^{-24}$	:	1	:	2.000.000

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	γ	66,7428* 10 $^{-12}$
2.Sonnenmasse	m_1	1,98910000 .10^{30} kg
3.Erdmasse	m_2	5,9736·10^{24} kg.
4.Entfernung Erde – Sonne R $_{e-s}$		0,1496150 10^{12} m
5. WMAP Masse		1,000000 kg
6. Entfernung WMAP- Erde (R $_{w-e}$)		(variabel einsetzbar)

Zur Berechnung ist es unabdingbar, dass alle folgenden Formeln als Formelwerk in einer EXCELL Kalkulation zusammengefasst werden. Nur so ist es möglich den Wert für den Abstand des Satelliten WMAP zur Erde **(R $_{w-e}$)** so lange zu verändern, bis die Umlaufszeit des Satelliten um die Sonne der Umlaufszeit entspricht, die auch die Erde um die Sonne braucht.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Die Bahngeschwindigkeit v $_e$ der Erde errechnet mit (***F3***) beträgt:

$$v_e = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (m1 + m2)}{R_{e-s}}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot (1{,}9891 \cdot 10^{30} + 5{,}9736 \cdot 10^{24})}{0{,}149615 \cdot 10^{12}}} = 29788{,}15 \text{ m/s(} \textbf{\textit{F3}} \text{)}$$

Der Erdumlauf T $_e$ um die Sonne in Tagen wird aus den Ausgangswerten errechnet: (***F4***)

$$T = \frac{R_{e-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_e \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{0{,}149615 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot \pi}{29788{,}15 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 365{,}2455$$

Umlaufzeit 365,25 Tage

Berechnung der beiden Einzelkräfte die auf WMAP wirken:

Anziehungskraft Erde-WMAP

$$F_{e-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot m_2}{R_{w-e}{}^2}$$

$$F_{e-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 5{,}9736 \cdot 10^{24}}{1.496.510.000^2} = 0{,}17802513 \text{ N} \qquad (\textbf{\textit{F1}})$$

Anziehungskraft Sonne-WMAP

$$F_{s-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot m_1}{(R_{w-e} + R_{e-s})^2}$$

$$F_{s-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 1{,}989100 \cdot 10^{30}}{(1{,}496510 \cdot 10^{9} + 1{,}49615 \cdot 10^{11})^2} = 5{,}813878 \quad \text{N} \qquad (\textit{F1})$$

Die auf WMAP wirkende Gesamtkraft ist dann gleich *(**F8**)*

$$F_{ges.} = F_{e-w} + F_{s-w} = \quad 5{,}99190360 \text{ N}$$

Zur korrekten Berechnung ist der gravitative Radius unabdingbar und nicht der visuelle Radius.
R_{grav} errechnet sich dann mit der Formel **(F2)**

$$R_{grav.} = \frac{\left(F_{e-w} \cdot R_{w-e} + F_{s-w} \cdot R_{w-s} + \ldots\ldots \right)}{\left(F_{e-w} + F_{s-w} + \ldots\ldots \right)} = \quad (\textit{F2}) \text{ mit } (\textit{F8})$$

$$R_{grav.} = \frac{8{,}7854395 \cdot 10^{11} + 2{,}6641639 \cdot 10^{8}}{5{,}99190360} = 146{,}66631 \cdot 10^{9} \quad \text{m}$$

Der Gravitative Radius von WMAP beträgt: (***F2/F1)*** $1{,}4666631 * 10^{11}$ m

Die Bahngeschwindigkeit $v_{grav.}$ von WMAP auf der gravitativen Bahn beträgt: (***F3***)
30.086,11 m/s

$$v_{grav} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (m_1 + m_2)}{R_{grav.}}}$$

$$v_{grav.} = \sqrt{\frac{6{,}674280 \cdot 10^{-11} (1{,}98910 \cdot 10^{30} + 5{,}9736000 \cdot 10^{24})}{146{,}66631 \cdot 10^{11}}} = 30.086{,}10689 \quad \text{m/s}$$

Diese Umlaufgeschwindigkeit von WMAP ist erwartungsgemäß etwas größer, als die der Umlaufsgeschwindigkeit der Erde um die Sonne.

Die Länge der gravitativen Umlaufbahn von WMAP errechnet sich mit der Kreisumfangsformel

U grav. = R grav. *2*π = 9,2150440* 10^{11} m

Die Umlaufzeit auf der gravitativen Bahn von WMAP beträgt dann

$T_{grav.} = U_{grav.} / v_{grav.} =$ 30.628.902 sek.

Daraus ergibt sich für WMAP eine Umlaufzeit $T_{grav.}$ in Tagen

$T_{grav.}$ = 30.628.902 / (60*60*24) = 354,50117 Tage

Der Satellit WMAP braucht für einen gravitativen Umlauf um den gravitativen Drehpunkt auf der Keplerbahn 354,50117 Tage.
Die visuelle Bahn des Satelliten WMAP hat aber die Sonne im Zentrum. Diese Bahn um die Sonne ist etwas länger, als die gravitative Bahn.(siehe Grafik 1) Berechnet man die Umlaufdauer des Satelliten auf der visuellen Bahn mit der Geschwindigkeit $v_{grav.}$, so erhält man die Umlaufdauer auf der Librationsbahn um die Sonne.

Der Radius R_{w-s} setzt sich aus dem Radius der Erdbahn R_{e-s} und dem Abstand von WMAP zum Erdmittelpunkt zusammen. Der Abstand der Erde zur Sonne ist bekannt (**R_{e-s}**), der Abstand des Satelliten WMAP zur Erde (**R_{w-e}**) ist unbekannt und muss ermittelt werden. Dies geschieht dadurch, indem ein Wert angenommen wird und dieser Wert wird in das Formelwerk eingegeben. In einer Excell Tabelle ist das heute leicht an jedem PC realisierbar. Dieser Radiuswert R_{w-s} ist in weiteren Formeln, um z.B. die Umlaufdauer zu ermitteln, ein wichtiger Bestandteil.

Die Formel ***(F9)*** zeigt die Addition der beiden Werte $R_{w\text{-}s} = R_{e\text{-}s} + R_{w\text{-}e}$

Der Wert $\mathbf{R_{w\text{-}e}}$ wird so lange verändert, bis die Umlaufzeit $\mathbf{T_{lib}}$ des Satelliten WMAP die gleiche Dauer in Tagen erreicht, wie die der Erde um die Sonne.

Mit der nun folgenden Formel der Umlaufdauer $T_{lib.}$ **=** $\mathbf{T_{vis.}}$ des Satelliten WMAP um die Sonne auf der visuellen Librationsbahn wird die Umlaufzeit in Tagen berechnet.

Der WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:$T_{lib.}$ ***(F4)*** beträgt 365,25 Tage

$$T_{lib.} = \frac{R_{w-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_{grav.} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{1{,}5111151 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 3{,}1415}{30.086{,}10689 \cdot 3600 \cdot 24} = 365{,}25$$

Entfernung WMAP Sonne $R_{w\text{-}s}$ beträgt: $1{,}5111151 * 10^{11}$ m

Dieser Wert setzt sich aus der Addition der Entfernung Erde- Sonne ($R_{e\text{-}s}$) und der Entfernung Erde-WMAP($R_{w\text{-}e}$). wie oben bereits erwähnt, zusammen.

$R_{w\text{-}s} = R_{e\text{-}s} + R_{w\text{-}e}$ ***(F9)***

Der Wert $\mathbf{R_{w\text{-}e}}$ wird iterativ durch das Eingeben in das Formelwerk ermittelt.
Entfernung WMAP Erde $\mathbf{R_{w\text{-}e}}$: $1{,}49651 * 10^{9}$ m
Dieser Wert wird itterativ ermittelt

Errechnet man zur Probe auf die Richtigkeit mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse aus der Umlaufgeschwindigkeit, so erhält man mit Formel ***(F6)***

$$M_{ges.} = \frac{R_{grav.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{146{,}66631 \cdot 10^{9} \cdot 30.086{,}10689^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = 1{,}989105974 \,.10^{30} \text{ kg}$$

Dieser errechnete Massenwert entspricht genau der Summe aus
Erd- und Sonnenmasse ***Addition*** der Ausgangswerte mit ***(F10)***

$$M_{ges.} = m_1 + m_2 = 1{,}9891*10^{30} + 5{,}9736*10^{24} =$$

$$1{,}989105974 \,.10^{30} \text{ kg}$$

Errechnet man aber die anziehende Gesamtmasse mit dem Radius, mit dem der Satellit WMAP um die Sonne läuft, also mit dem visuellen Radius, oder dem **zentrumsbezogenen Radius** ,
wobei $R_{ges.} = R_{vis.} = R_{w\text{-}s}$

$R_{w\text{-}s} = R_{e\text{-}s} + R_{w\text{-}e}$ ***(F9)***

so erhält man mit Formel ***(F6)***

$$M_{ges.} = \frac{R_{ges.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{151{,}11151 \cdot 10^{9} \cdot 30.086{,}10689^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = \mathbf{2{,}0493924 \,.10^{30} \text{ kg}}$$

Dieser, **über das visuelle Drehzentrum errechnete Massengesamtwert,** liegt erheblich über dem Massenwert von Erd - und Sonnenmasse

$M_{ges.}$(Addition) $=1{,}989105974 \,.10^{30}$ kg
$M_{ges.}$(zentrumsbezogen) $=\mathbf{2{,}0493924 \,.10^{30} \text{ kg}}$

Die Differenz beträgt = +0,060286426 .10^{30} kg

Das sind +3,03% oder 10.092 Erdmassen mehr, als tatsächlich als Masse vorhanden ist!

Anmerkung zur Berechnung:
Der gravitative Umlauf des Satelliten WMAP $T_{grav.}$ ist kürzer als der visuelle Umlauf $T_{vis.}$ Die beiden Werte gehen aus der Berechnung hervor.

$T_{grav.}$	=	354,50117	Tage
$T_{lib.}$	=	365,25	Tage
Die Differenz beträgt		10,74883	Tage

Berechnet man die Umlaufdauer des gravitativen Drehpunktes um den Zentralkörper, die Sonne, so erhält man genau die Umlaufdauerdifferenz von $T_{grav.}$ und $T_{vis.}$

Der Radius des gravitativen Drehpunktes zur Sonnenmitte wird wie folgt errechnet.
Subtrahiert man vom Radius $_{Sonne–WMAP}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Drehpunktes vom Sonnenmittelpunkt.

$$1{,}5111151 * 10^{11}\ m - 1{,}4666631 * 10^{11}\ m = 0{,}044452 * 10^{11}\ m$$

Die Bahngeschwindigkeit $v_{grav.}$ von WMAP auf der gravitativen Bahn beträgt: 30.086,11 m/s
Aus den beiden vorgenannten Werten errechnet sich eine Umlauflänge des gravitativen Drehpunktes um das visuelle Zentrum von

$$U_{grav.\ Punkt} = R_{grav.\ Punkt} * 2 * \pi = 0{,}279291916 * 10^{11}\ m$$

Die Dauer eines Umlaufs des gravitativen Drehpunktes um das visuelle Zentrum beträgt

$$T_{grav.Punkt} = U_{grav.\ Punkt} / v_{grav.} = 928.308{,}5 \text{ sek.}$$

Daraus ergibt sich für den grav. Drehpunkt eine Umlaufzeit $T_{grav.\ Punkt.}$ in Tagen von

$T_{grav.}$ = 928.308,5 / (60*60*24) =	10,7443	Tage
Die Differenz der beiden Umlaufdauern von WMAP auf T_{lib} und T_{grav} beträgt	10,7488	Tage

Beide Werte sind nahezu identisch. Daraus leitet sich ein direkter Zusammenhang zwischen dem gravitativen Drehpunkt und dem gravitativen Umlauf von WMAP ab.

---

1. Berechnungsausführung und Rechenweg für alle WMAP Parameter im Vielkörper Modell

Das Mengenverhältnis der vier Massen beträgt dann:

Satellit,		Planet außen		Planet innen		und Sonne
1. 10^{-20}	:	8,25	:	31	;	137

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	66,7428* 10^{-12}
2.1x Sonnenmasse m1	131*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
3.8x Außenmasse m2	8,25*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
4.4x Innenmasse m3	31*1047,56 * 5,9736·10^{24} kg .
5.Entfernung Außenm. – Sonne R_{s-a}	0,780450 10^{12} m
6.Entfernung Innenm – Sonne R_{2m++}	0,390000 10^{12} m
7. WMAP Masse	1,000000 kg

Gesucht wird:
Die Umlaufgeschwindigkeit von WMAP um die Sonne
Die Entfernung R_{w-a} von WMAP vom Außenmassemittelpunkt (oder von der Sonne)
Wie viel über das Zentrum errechnete dunkle Materie kann in diesem Vielkörperproblem gefunden werden?

Zusammenfassen der Einzelmassen auf der Achse (Geraden) WMAP-Mittelpunkt mit einem vereinfachten Verfahren.
Die genauen Abstände der Einzelmassen zu WMAP werden hier nicht berücksichtigt (nicht trigonometrisch). Die Massen werden recht grob zusammengefasst, was auch wegen der geringen Einzelmassenzahl durchaus vertretbar und sinnvoll ist. Erst ein Massenmodell mit über 350 Massepunkten führt zu einem Fehler von unter 1%. Das hier betrachtete Massenmodell hat 13 Einzelmassen was einen geschätzten Fehler von etwa +/- 2% verursachen dürfte.
Normalerweise werden die Kräfte der Massen zusammengefasst, die aus der Einzelmasse resultieren, hier werden aus Vereinfachungsgründen die Massen direkt zusammengefasst, reduziert um den Kräfteparallelogrammanteil der gegenseitigen Aufhebung der Kräfte.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Die Addition aller Massen ergibt ***Addition*** der Ausgangswerte $2{,}0462693 * 10^{30}$ kg

---

Zur Berechnung ist es unabdingbar, dass alle folgenden Formeln als Formelwerk in einer EXCELL Kalkulation zusammengefasst werden. Nur so ist es möglich den Wert für den Abstand des Satelliten WMAP zur Außenmasse **(R_{w-a})** so lange zu verändern, bis die Umlaufszeit des Satelliten um die Sonne der Umlaufszeit entspricht, die auch die Außenmasse um die Sonne braucht.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Der Außenmassenumlauf T_a um die Sonne in Tagen wird aus den Ausgangswerten errechnet:(***F4***)

$$T = \frac{R_{a-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_a \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{0{,}78045 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot \pi}{12.335{,}13627 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 4.601{,}023$$

Umlaufzeit 4.601,023 Tage

Die Bahngeschwindigkeit v_a der Außenmasse errechnet mit (***F3***) und beträgt:

$$v_a = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (m1 + m2 + ...)}{R_{a-s}}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (M_s + M_a + M_m + M_{mh} + M_{ah})}{R_{a-s}}}$$

Die hier angegebenen Massen sind aus Gründen der Vereinfachung nur addiert und nicht, wie eigentlich richtig, über die Kräfte und deren Massenäquivalente zusammengesetzt.

M s++ = $5{,}9736 * 10^{24} * 1047{,}56 * (137+16{,}5*0{,}714) = 9{,}3102752*10^{29}$ kg

Diese Masse Ms++ setzt sich zusammen aus der Zentrumsmasse 137 und den beiden Außenmassen a Faktor 8,25, die nur mit einem Anteil von 0,714 in die Berechnung mit eingehen (Massen = Kräftereduzierung gemäß Kräfteparallelogramm vereinfachtes Verfahren)

M a = 5,9736 *10^{24} * 1047,56 * 8,25 = 0,5162606*10^{29} kg

Ist die Außenmasse M a, hinter der WMAP steht

M 2m++ = 5,9736 *10^{24} * 1047,56 * (31*2*0,714+8,25*2*0,3) = 3,0799170*10^{29} kg

Zu den beiden Innenmassen, die noch vor der Sonne stehen, werden noch die beiden Außenmassen dazuaddiert (M 2m++). Alle Massen werden um den Kräfteparallelogrammanteil(0,714, 0,3) reduziert. Damit sind alle Massen bis zur Entfernung der Sonne zusammengefasst. Es fehlen jetzt nur noch die hinter der Sonne liegenden Massen

---

M 2mh = 5,9736 *10^{24} * 1047,56 * (31*2*0,9) = 3,4917991*10^{29} kg

Die beiden Innenmassen, die **h**inter der Sonne stehen, werden addiert (M 2mh). Beide Massen werden um den Kräfteparallelogrammanteil (0,9) reduziert.

M 3ah = 5,9736 *10^{24} * 1047,56 * (8,25+2*8,25*0,85) = 1,3939037*10^{29} kg

Die drei Außenmassen, die **h**inter der Sonne stehen, werden addiert (M 3ah). Zwei Massen davon werden um den Kräfteparallelogrammanteil (0,85) reduziert.

Der Massengesamtwert beträgt dann

$M_{ges} = M_{s++} + M_a + M_{2m++} + M_{2mh} + M_{3ah} = 1{,}7792156\ 10^{30}$

Der erhaltene Massengesamtwert (kräfteparallelogrammreduziert) kann dann in die Formel F3 eingesetzt werden. Damit erhält man die Umlaufgeschwindigkeit der Außenmasse um die Zentralsonne zum Zeitpunkt t_0.

$$v_a = \sqrt{\frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot \left(1{,}7792156 \cdot 10^{30}\right)}{0{,}78045 \cdot 10^{12}}} = 12.335{,}13627 \text{ m/s}$$ (***F3***)

Berechnung der fünf Einzelkräfte nach (***F1***) die auf WMAP wirken:

Anziehungskraft Außenmasse-WMAP

$$F_{a-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot M_a}{R_{w-a}{}^2}$$

$$F_{a-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 5{,}1626061 \cdot 10^{28}}{166.771.630.000^2} = 1{,}2388795 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Anziehungskraft M_{2m++} -WMAP

$$F_{2m++-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot M_{2m++}}{(R_{w-a} + R_{a-s} - R_{2m++})^2}$$

$$F_{2m++-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 3{,}0799170 \cdot 10^{29}}{(0{,}166.771.63 \cdot 10^{12} + 0{,}780.45 \cdot 10^{12} - 0{,}39 \cdot 10^{12})^2} = 0{,}66204 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Anziehungskraft Sonne++-WMAP

$$F_{s-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot M_{S++}}{(R_{w-a} + R_{a-s})^2}$$

$$F_{s-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 9{,}3102752 \cdot 10^{29}}{(0{,}16677163 \cdot 10^{12} + 0{,}780450 \cdot 10^{12})^2} = 0{,}69257 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Anziehungskraft M $_{2mh}$ -WMAP (Masse liegt hinter der Sonne, hinter dem Zentrum)

$$F_{2mh-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot M_{2mh}}{(R_{w-a} + R_{a-s} + R_{2m++})^2}$$

$$F_{2mh-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 3{,}4917991 \cdot 10^{29}}{(0{,}166.771.63 \cdot 10^{12} + 0{,}780.45 \cdot 10^{12} + 0{,}39 \cdot 10^{12})^2} = 0{,}130331 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Anziehungskraft M $_{3ah}$ -WMAP (Masse liegt hinter der Sonne, hinter dem Zentrum)

$$F_{3ah-w} = \frac{\gamma \cdot 1 \cdot M_{3ah}}{(R_{w-a} + R_{a-s} + R_{a-s})^2}$$

$$F_{2ah-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 1{,}3939037 \cdot 10^{29}}{(0{,}166.771.63 \cdot 10^{12} + 0{,}780.45 \cdot 10^{12} + 0{,}78045 \cdot 10^{12})^2} = 3{,}116842 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Die auf WMAP wirkende Gesamtkraft ist dann gleich *(**F8**)*

$$F_{ges.} = F_{s++} + F_a + F_{2m++} + F_{2mh} + F_{3ah} = 2{,}75499\ 10^{-4}\text{N}$$

R_{grav} errechnet sich dann mit der Formel **(F2)**

$$R_{grav.} = \frac{\left(F_{a-w} \cdot R_{w-a} + F_{s++-w} \cdot R_{w-s} + \ldots\ldots \right)}{F_{ges.}} = \qquad (\ \textbf{F2}\ ) \text{ mit } (\ \textbf{F8}\ )$$

Die Produkte aus Kraft und Entfernung in **(F2)** für die fünf Massenpunkte auf dem Bruchstrich berechnen sich wie folgt

$F_{a\text{-}w} * R_{w\text{-}a} = 1{,}2388795 * 10^{-4} * 0{,}16677163 * 10^{12} =$ $2{,}0660995 * 10^{7}$

$F_{s++} * (R_{w\text{-}a} + R_{s\text{-}a}) = 0{,}692557 * 10^{-4} * 0{,}94722163 * 10^{12} =$ $6{,}560174 * 10^{7}$

$F_{2m++} * (R_{w\text{-}a} + R_{s\text{-}a} - R_{2m++}) =$
$0{,}66204498 * 10^{-4} * (0{,}780450 * 10^{12} + 0{,}16677163 * 10^{12} - 0{,}3900 * 10^{12}) =$
$3{,}689058 * 10^{7}$

$F_{2mh} * (R_{w\text{-}a} + R_{s\text{-}a} + R_{2m++}) =$
$0{,}130331 * 10^{-4} * (0{,}780450 * 10^{12} + 0{,}16677163 * 10^{12} + 0{,}3900 * 10^{12}) =$
$1{,}7428109 * 10^{7}$

$F_{3ah} * (R_{w\text{-}a} + R_{s\text{-}a} + R_{s\text{-}a}) =$
$0{,}03116842 * 10^{-4} * (0{,}780450 * 10^{12} + 0{,}16677163 * 10^{12} + 0{,}780450 * 10^{12}) =$
$0{,}53848794 * 10^{7}$

Die Addition der 5 Produkte ergibt
Die Summe in (*N m*) $14{,}596630 * 10^{7}$

Dieser Wert wird in $R_{grav.}$ eingesetzt

$$R_{grav.} = \frac{14{,}596630 \cdot 10^{7}}{0{,}000275499} = 529{,}824430526 \cdot 10^{9} \quad \text{m}$$

Der Gravitative Radius von WMAP beträgt: (***F2/F1)*** $0{,}529824430526 * 10^{12}$ m

---

Die Bahngeschwindigkeit $v_{grav.}$ von WMAP auf der gravitativen Bahn beträgt: (***F3***)
14.970,98944 m/s

$$v_{grav} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (M_{ges.})}{R_{grav.}}}$$

$$v_{grav.} = \sqrt{\frac{6{,}674280 \cdot 10^{-11} (1{,}7792156 \cdot 10^{30})}{529{,}8244305 \cdot 10^{9}}} = 14.970{,}98944 \quad \text{m/s}$$

Diese Umlaufgeschwindigkeit ist erwartungsgemäß etwas größer, als die der Umlaufsgeschwindigkeit der Außenmasse M_a um die Sonne.

Die Länge der gravitativen Umlaufbahn von WMAP errechnet sich mit der Kreisumfangsformel

U grav. = R grav. *2*π = $3{,}3288869 * 10^{12}$ m

Die Umlaufzeit auf der gravitativen Bahn von WMAP beträgt dann

$T_{grav.} = U_{grav.} / v_{grav.} =$ 222.355.838 sek.

Daraus ergibt sich für WMAP eine Umlaufzeit $T_{grav.}$ in Tagen

$T_{grav.}$ = 222.355.838 / (60*60*24) = 2.573,5629 Tage

Der Satellit WMAP braucht für einen gravitativen Umlauf um den gravitativen Drehpunkt auf der Keplerbahn 2.573,5629 Tage.
Die visuelle Bahn des Satelliten WMAP hat aber die Sonne im Zentrum. Diese Bahn um die Sonne ist etwas länger, als die gravitative Bahn.(siehe Grafik 1) Berechnet man die Umlaufdauer des Satelliten auf der visuellen Bahn mit der Geschwindigkeit v grav., so erhält man die Umlaufdauer auf der Librationsbahn um die Sonne.

Der Radius R_{w-s} setzt sich aus dem Radius der Außenmassebahn R_{a-s} und dem Abstand von WMAP zum Außenmassebmittelpunkt zusammen. Der Abstand der Außenmasse zur Sonne ist bekannt (**R_{a-s}**), der Abstand des Satelliten WMAP zur Außenmasse (**R_{w-a}**) ist unbekannt und muss ermittelt werden. Dies geschieht dadurch, indem ein Wert angenommen wird und dieser Wert wird in das Formelwerk eingegeben. In einer Excell Tabelle ist das heute leicht an jedem PC realisierbar. Dieser Radiuswert $R_{w-s} = R_{a-s} + R_{w-a}$ ist in weiteren Formeln, um z.B. die Umlaufdauer zu ermitteln, ein wichtiger Bestandteil.

Die Formel ***(F9)*** zeigt die Addition der beiden Werte $R_{w-s} = R_{a-s} + R_{w-a}$

Der Wert **R_{w-a}** wird so lange verändert, bis die Umlaufzeit **T_{lib}** des Satelliten WMAP die gleiche Deuer in Tagen erreicht, wie die der Außenmasse um die Sonne.
Mit der nun folgenden Formel der Umlaufdauer $T_{lib.}$ **= $T_{vis.}$** des Satelliten WMAP um die Sonne auf der visuellen Librationsbahn wird die Umlaufzeit in Tagen berechnet.

Der WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:$T_{lib.}$ (***F4***) beträgt 4.601,023 Tage

$$T_{lib.} = \frac{R_{w-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_{grav.} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{9{,}4722163 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 3{,}1415}{14.970{,}98944 \cdot 3600 \cdot 24} = 4.601{,}023$$

Entfernung WMAP Sonne R_{w-s} beträgt: $9{,}4722163 * 10^{11}$ m

Dieser Wert setzt sich aus der Addition der Entfernung Außenmasse - Sonne (R_{a-s}) und der Entfernung Außenmasse - WMAP(R_{w-a}). wie oben bereits erwähnt, zusammen.

$R_{w-s} = R_{a-s} + R_{w-a}$ ***(F9)***

Der Wert **R_{w-a}** wird iterativ durch das Eingeben in das Formelwerk ermittelt.
Entfernung WMAP Außenmasse **R_{w-a}**: $166{,}771630 * 10^{9}$ m
Dieser Wert wird itterativ ermittelt

Errechnet man zur Probe auf die Richtigkeit mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse aus der Umlaufgeschwindigkeit, so erhält man mit Formel ***(F6)***

$$M_{ges.} = \frac{R_{grav.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{529{,}824430526 \cdot 10^{9} \cdot 14.970{,}98944^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = 1{,}7792156 * 10^{30} \text{ kg}$$

Dieser errechnete Massenwert entspricht genau der Summe aus
Den 5 zusammengefassten Massepunkten ***Addition*** der Ausgangswerte mit ***(F10)***

$M_{ges} = M_{s++} + M_{a} + M_{2m++} + M_{2mh} + M_{3ah} = 1{,}7792156\ 10^{30}$

$1{,}7792156 .10^{30}$ kg

Errechnet man aber die anziehende Gesamtmasse mit dem Radius, mit dem der Satellit WMAP um die Sonne läuft, also mit dem visuellen Radius, oder dem **zentrumsbezogenen Radius** ,
wobei $R_{ges.} = R_{vis.} = R_{w\text{-}s}$

$$R_{w\text{-}s} = R_{a\text{-}s} + R_{w\text{-}a} \qquad (F9)$$

so erhält man mit Formel **(F6)**

$$M_{ges.} = \frac{R_{ges.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{947{,}22163 \cdot 10^{9} \cdot 14.970{,}98944^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = \mathbf{3{,}1808866 \,.10^{30}\ kg}$$

Dieser, **über das Drehzentrum errechnete Massengesamtwert,** liegt erheblich über dem Massenwert alle 5 zusammengefassten Einzelmassen.

$M_{ges.}$(Addition) = $1{,}7792156 \,.10^{30}$ kg
$M_{ges.}$(zenrumsbezogen) = **$3{,}1808866.10^{30}$ kg**

Die Differenz beträgt = $+1{,}7878029 \,.10^{30}$ kg

Das sind +78,78% mehr Masse, als gravitative Masse vorhanden ist!

Achtung die gravitative Masse ist von der realen Masse zu unterscheiden

3.5 Berechnungsausführung und Rechenweg für alle SOHO Parameter im Erde – Sonne Modell

Das Mengenverhältnis der drei Massen:

Erde		Satellit,		Sonne beträgt
1	:	$1.\ 10^{-24}$	:	2.000.000

Ausgangswerte:

1.Gravitationskonstante	γ	$66{,}7428 * 10^{-12}$
2.Sonnenmasse	m_1	$1{,}98910000 \,.10^{30}$ kg
3.Erdmasse	m_2	$5{,}9736 \cdot 10^{24}$ kg.
4.Entfernung Erde – Sonne $R_{e\text{-}s}$		$0{,}1496150\ 10^{12}$ m
5. SOHO Masse		1.000,000 kg
6. Entfernung WMAP- Erde ($R_{sat\text{-}e}$)		(variabel einsetzbar)

Zur Berechnung ist es unabdingbar, dass alle folgenden Formeln als Formelwerk in einer EXCELL Kalkulation zusammengefasst werden. Nur so ist es möglich den Wert für den Abstand des Satelliten WMAP zur Erde **($R_{sat\text{-}e}$)** so lange zu verändern, bis die Umlaufszeit des Satelliten um die Sonne der Umlaufszeit entspricht, die auch die Erde um die Sonne braucht.

Das Ergebnis der Berechnung zeigt dann die folgenden Werte:

Die Bahngeschwindigkeit v_e der Erde errechnet mit (***F3***) beträgt:

$$v_e = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (m1 + m2)}{R_{e-s}}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot (1{,}9891 \cdot 10^{30} + 5{,}9736 \cdot 10^{24})}{0{,}149615 \cdot 10^{12}}} = 29788{,}15 \text{ m/s(} \boldsymbol{F3} \text{)}$$

Der Erdumlauf T $_e$ um die Sonne in Tagen wird aus den Ausgangswerten errechnet: (***F4***)

$$T = \frac{R_{e-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_e \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{0{,}149615 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot \pi}{29788{,}15 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 365{,}2455$$

Umlaufzeit 365,25 Tage

Berechnung der beiden Einzelkräfte die auf SOHO wirken:

Anziehungskraft Erde-SOHO

$$F_{e-sat} = \frac{\gamma \cdot 1000 \cdot m_2}{R_{sat-e}{}^2}$$

$$F_{e-sat} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot 5{,}9736 \cdot 10^{24}}{1.486.820.000^2} = 0{,}18035317 \text{ N} \qquad (\boldsymbol{F1})$$

Anziehungskraft Sonne-SOHO

$$F_{s-sat} = \frac{\gamma \cdot 1000 \cdot m_1}{(R_{sat-e} + R_{e-s})^2}$$

$$F_{s-w} = \frac{66{,}7428 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot 1{,}989100 \cdot 10^{30}}{(1{,}48682 \cdot 10^9 + 1{,}49615 \cdot 10^{11})^2} = 6{,}050422 \text{ N} \qquad (\boldsymbol{F1})$$

Die Kräfte müssen subtrahiert werden, da sich Sonne und Erde in Bezug auf SOHO ja gegenüberliegen. Die auf SOHO wirkende Gesamtkraft ist dann gleich ***(F8)***

$F_{ges.} = F_{s-sat} - F_{e-sat} =$ 5,870069 N

Zur korrekten Berechnung ist der gravitative Radius unabdingbar und nicht der visuelle Radius.
R_{grav} errechnet sich dann mit der Formel **(F2)**

$$R_{grav.} = \frac{(F_{s-sat} \cdot R_{s-sat} - F_{e-sat} \cdot R_{e-sat} - .....)}{(F_{s-sat} - F_{e-sat} - .....)} = \qquad (\boldsymbol{F2}) \text{ mit } (\boldsymbol{F8})$$

$$R_{grav.} = \frac{8{,}96238 \cdot 10^{11} - 2{,}6815270 \cdot 10^8}{5{,}870069} = 152{,}63361842103 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Der Gravitative Radius von SOHO beträgt: (***F2/F1)*** 1,52633618421* 10^{11} m

Die Bahngeschwindigkeit $v_{grav.}$ von SOHO auf der gravitativen Bahn beträgt: (***F3***)
29.492,12541 m/s

$$v_{grav} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot (m_1 + m_2)}{R_{grav.}}}$$

$$v_{grav.} = \sqrt{\frac{6{,}674280 \cdot 10^{-11}(1{,}98910 \cdot 10^{30} + 5{,}9736000 \cdot 10^{24})}{152{,}633618421 \cdot 10^{11}}} = 29.492{,}12541 \quad \text{m/s}$$

Diese Umlaufgeschwindigkeit von SOHO ist erwartungsgemäß etwas kleiner, als die Umlaufsgeschwindigkeit der Erde um die Sonne.

Die Länge der gravitativen Umlaufbahn von SOHO errechnet sich mit der Kreisumfangsformel

U grav. = R grav. *2*π = 9,5899702* 10^{11} m

Die Umlaufzeit auf der gravitativen Bahn von SOHO beträgt dann

$T_{grav.}$ = $U_{grav.}$/ $v_{grav.}$= 32.517.054 sek.

Daraus ergibt sich für Soho eine Umlaufzeit $T_{grav.}$ in Tagen

$T_{grav.}$ = 30.628.902 / (60*60*24) = 376,35479 Tage

Der Satellit SOHO braucht für einen gravitativen Umlauf um den gravitativen Drehpunkt auf der Keplerbahn 376,35479 Tage.
Die visuelle Bahn des Satelliten SOHO hat aber die Sonne im Zentrum. Diese Bahn um die Sonne ist etwas kürzer, als die gravitative Bahn.(siehe Grafik 15) Berechnet man die Umlaufdauer des Satelliten auf der visuellen Bahn mit der Geschwindigkeit $v_{grav.}$, so erhält man die Umlaufdauer auf der Librationsbahn um die Sonne.

Der Radius R_{sat-s} ist die Differenz aus dem Radius der Erdbahn R_{e-s} abzüglich des Abstands von SOHO zum Erdmittelpunkt. Der Abstand der Erde zur Sonne ist bekannt (**R_{e-s}**), der Abstand des Satelliten SOHO zur Erde (**R_{sat-e}**) ist unbekannt und muss ermittelt werden. Dies geschieht dadurch, indem ein Wert angenommen wird und dieser Wert wird in das Formelwerk eingegeben. In einer Excel Tabelle ist das heute leicht an jedem PC realisierbar. Dieser Radiuswert R_{sat-s} ist in weiteren Formeln, um z.B. die Umlaufdauer zu ermitteln, ein wichtiger Bestandteil.

Die Formel (***F9.1***) zeigt die Differenz der beiden Werte $R_{sat-s} = R_{e-s} - R_{sat-e}$

Der Wert **R_{sat-e}** wird so lange verändert, bis die Umlaufzeit **T_{lib}** des Satelliten SOHO die gleiche Dauer in Tagen erreicht, wie die der Erde um die Sonne. Erst wenn dies erreicht ist, können alle anderen Parameter exakt abgelesen werden.

Mit der nun folgenden Formel der Umlaufdauer $T_{lib.}$ **= $T_{vis.}$** des Satelliten SOHO um die Sonne auf der visuellen Librationsbahn wird die Umlaufzeit in Tagen berechnet.

Der WMAP Umlauf um die Sonne in Tagen:$T_{lib.}$ (***F4***) beträgt 365,25 Tage

$$T_{lib.} = \frac{R_{sat-s} \cdot 2 \cdot \pi}{v_{grav.} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = \frac{1{,}481281800 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 3{,}1415}{29.492{,}12541 \cdot 3600 \cdot 24} = 365{,}25$$

Entfernung SOHO Sonne R_{sat-s} beträgt: 1,481281800* 10^{11} m

Dieser Wert wird aus der Subtraktion der Entfernung Erde- Sonne (R_{e-s}) abzüglich der Entfernung Erde- SOHO(R_{sat-e}). wie oben bereits erwähnt, gebildet.

$R_{sat-s} = R_{e-s} - R_{sat-e}$ (***F9.1***)

Der Wert **R $_{sat-e}$** wird iterativ durch das Eingeben in das Formelwerk ermittelt.
Entfernung SOHO Erde **R $_{sat-e}$**: 1,486820* 10^9 m
Dieser Wert wird iterativ ermittelt. (Durch Verändern und Probieren)

Errechnet man zur Probe auf die Richtigkeit mit dem **gravitativen Radius** die anziehende Masse aus der Umlaufgeschwindigkeit, so erhält man mit Formel ***(F6)***

$$M_{ges.} = \frac{R_{grav.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{152{,}633618421 \cdot 10^{9} \cdot 29.492{,}12541^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = 1{,}989105974 \,.10^{30} \text{ kg}$$

Dieser errechnete Massenwert entspricht genau der Summe aus
Erd- und Sonnenmasse ***Addition*** der Ausgangswerte mit ***(F10)***

$$M_{ges.} = m_1 + m_2 = 1{,}9891*10^{30} + 5{,}9736*10^{24} =$$

$$1{,}989105974 \,.10^{30} \text{ kg}$$

Errechnet man aber die anziehende Gesamtmasse mit dem Radius, mit dem der Satellit SOHO um die Sonne läuft, also mit dem visuellen Radius, oder dem **zentrumsbezogenen Radius** ,
wobei $R_{ges.} = R_{vis.} = R_{sat-s}$

$$R_{sat-s} = R_{e-s} - R_{sat-e} \qquad (F9.1)$$

so erhält man mit Formel ***(F6)***

$$M_{ges.} = \frac{R_{ges.} \cdot v_{grav.}^{2}}{\gamma} = \frac{148{,}1281800 \cdot 10^{9} \cdot 29.492{,}12541^{2}}{6{,}74280 \cdot 10^{11}} = \mathbf{1{,}9303916 \,.10^{30} \text{ kg}}$$

Dieser, **über das visuelle Drehzentrum errechnete Massengesamtwert,** liegt erheblich unter dem Massenwert von Erd - und Sonnenmasse

$M_{ges.}$(Addition) =1,989105974 .10^{30} kg
$M_{ges.}$(zentrumsbezogen) =**1,9303916.10^{30} kg**

Die Differenz beträgt = +0,058714421 .10^{30} kg

Das sind -2,952% oder 9.828,984 Erdmassen weniger, als tatsächlich als Masse vorhanden ist!

Anmerkung zur Berechnung:
Der gravitative Umlauf des Satelliten SOHO $T_{grav.}$ ist länger als der visuelle Umlauf $T_{vis.}$ Die beiden Werte gehen aus der Berechnung hervor.

$T_{grav.}$	=	376,35	Tage
$T_{lib.}$	=	365,25	Tage
Die Differenz beträgt		11,10	Tage

Berechnet man die „Umlaufdauer“ des gravitativen Drehpunktes mit $v_{grav.}$ um den Zentralkörper, die Sonne, so erhält man genau die Umlaufdauerdifferenz von $T_{grav.}$ und $T_{vis.}$

Achtung: Es handelt sich bei dieser Berechnung nur um eine mathematische Betrachtung und nicht um tatsächliche Werte. Die wahre Umlaufdauer des Gravitativen Drehpunktes ist die gleiche, wie die des Satelliten SOHO um die Sonne.

Der Radius des gravitativen Drehpunktes zur Sonnenmitte wird wie folgt errechnet.

Subtrahiert man vom Radius $_{Sonne–Soho}$ den gravitativen Radius, so erhält man den Abstand des gravitativen Drehpunktes vom Sonnenmittelpunkt.

$$1{,}481281800 * 10^{11}\ m - 1{,}52633618421 * 10^{11}\ m = 0{,}04505438421 * 10^{11}\ m$$

Die Bahngeschwindigkeit $v_{grav.}$ von SOHO auf der gravitativen Bahn beträgt: 29.492,1254 m/s
Aus den beiden vorgenannten Werten errechnet sich eine „Umlauflänge“ des gravitativen Drehpunktes um das visuelle Zentrum von

$$U_{grav.\ Punkt} = R_{grav.\ Punkt} * 2 * \pi = 0{,}28307669599 * 10^{11}\ m$$

Die Dauer eines „Umlaufs“ des gravitativen Drehpunktes um das visuelle Zentrum beträgt

$$T_{grav.Punkt} = U_{grav.\ Punkt} / v_{grav.} = 959.838{,}23 \text{ sek.}$$

Daraus ergibt sich für den grav. Drehpunkt eine „Umlaufzeit“ $T_{grav.\ Punkt.}$ in Tagen von

$$T_{grav.} = 959.838{,}23 / (60*60*24) = 11{,}10 \text{ Tage}$$

Die Differenz der beiden Umlaufdauern von SOHO auf T_{lib} und T_{grav} beträgt 11,10 Tage

Beide Werte sind nahezu identisch. Daraus leitet sich ein direkter Zusammenhang zwischen dem gravitativen Drehpunkt und dem gravitativen Umlauf von SOHO ab.

---

5. Anhang II die Theoretische Ableitung des gravitativen Drehpunktes nach Dr. N. Südland

Mit freundlicher Genehmigung von Dr. Norbert Südland darf die theoretische Abhandlung hier veröffentlicht werden. Es gilt für die gesamte folgende Abhandlung:
© Norbert Südland „Krause-002.nb“

Krause-002.nb

Fragesteller: 16.12.2006 Dipl.-Ing. Matthias Krause
Bearbeitung: 8. 9.2008 – 15. 9.2008 Dr. Norbert Südland
Letzte Berechnung: 15. 9.2008 Dr. Norbert Südland

2.1. Frage

Gibt es eine Möglichkeit, den empirisch gefundenen Punkt der Art ([Krau2007], Kapitel 3, Seite 24)

$$\vec{R} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left|\vec{F}_k\right| \vec{r}_k}{\sum_{k=1}^{n} \left|\vec{F}_k\right|} \tag{2.1}$$

auch streng theoretisch zu motivieren oder zu verbessern?

■ 2.2. Antwort

. 2.2.1. Definition Schwerpunkt

. 2.2.1.1. Laut Szabó

Der Schwerpunkt errechnet sich wie folgt ([Sza1956], § 9., Seite 62-68):

$$\vec{R} == \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k \vec{r}_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k} \tag{2.2}$$

mit: m_k Masse des k-ten Körpers
$\vec{r}_k$ Schwerpunkt des k-ten Körpers
$\vec{R}$ .Gesamtschwerpunkt

Die integrale Darstellung dieser Formel wird für das hier behandelte Problem nicht benötigt.

■ 2.2.1.2. Erwartungswert laut Bronstein

Eine Verallgemeinerung des Schwerpunktes ergibt sich im *Erwartungswert* einer (normierten) Verteilung ([BrS1987],Abschnitt 5.1.3., Seite 665):

$$\vec{R} == \frac{\sum_{k=1}^{n} f_k \vec{r}_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k} \tag{2.3}$$

mit: f_k Gewichtende Funktion des k-ten Körpers
$\vec{r}_k$ Verallgemeinerter Schwerpunkt des k-ten Körpers
$\vec{R}$ Resultierender Punkt

■ 2.2.1.3. Gemeinsamkeit aller verallgemeinerten Schwerpunkte

Wird in der Schwerpunktformel (2.3) der Vektor $\vec{r}_k$ durch Verschiebung des Koordinaten-Urspungs auf $\vec{h}_k + \vec{h}$. gesetzt,
so ergibt sich:

$$\vec{R} == \frac{\sum_{k=1}^{n} f_k \vec{h}_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k} + \vec{h} \tag{2.4}$$

Wird nun das Koordinatensystem mit $\vec{R} == \vec{h}$. betrachtet, so ergibt sich, dass in diesem verallgemeinerten Schwerpunkt, dem *Erwartungswert*, das Hebelgesetz der gewichtenden Funktionen f_k zu einem Momenten-Gleichgewicht führt.
Insbesondere für Kräfte f_k, nicht nur für Gewichtskräfte allein, ergibt sich daraus ein Symmetriepunkt des Systems, bei dem die Summe der Hebel links vom Symmetriepunkt dasselbe *Drehmoment* erzeugt wie die Summe der Hebel rechts vom Symmetriepunkt – nur in entgegengesetzter Richtung. Diese Betrachtung gilt unabhängig von der Zahl der Raumdimensionen und von der Richtung der Koordinaten-Achsen.

■ 2.2.2. Resultierende Gravitationskraft

▪ 2.2.2.1. Übliche Berechnung

Die resultierende Gravitationskraft von (***n* – 1**) Körpern auf einen ***n***-ten Körper errechnet sich vektoriell nach folgender Formel:

$$\vec{G} = -\gamma\, m_n \sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^2} \frac{(\vec{r}_k - \vec{r}_n)}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|} = -\gamma\, m_n \sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n) \qquad (2.5)$$

mit: $\boldsymbol{G}$. resultierende Gravitationskraft
γ Gravitations-Konstante
$\boldsymbol{m_n}$ Masse des Körpers, auf den die resultierende Gravitationskraft bestimmt wird
$\boldsymbol{m_k}$ Masse eines der (***n* – 1**) übrigen Körper
$\vec{r}_n$ Ortsvektor des Körpers, auf den die Resultierende bestimmt wird
$\vec{r}_k$ Ortsvektor eines der **+*n* _ 1/** übrigen Körper

Durch das negative Vorzeichen wird eine *Anziehungskraft* beschrieben.
Die dritte Potenz im Nenner kommt daher, dass der Betrag jeder Einzelkraft antiproportional zum Quadrat des Abstands sein muss und die Einheitenkontrolle der Resultierenden eine Kraft ergeben muss.

▪ 2.2.2.2. Berechnung nach Krause

Die Idee von Dipl.-Ing. Matthias Krause ist nun die, dass ein Punkt gesucht wird, der in die Richtung der Resultierenden zeigt, aber analog zum Erwartungswert einer Verteilung berechnet wird. Dies ergibt folgende (kleine) Korrektur zu Krauses Formel:

$$\vec{R} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left|\vec{F}_k\right| \frac{\vec{r}_k}{|r_k|}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{\left|\vec{F}_k\right|}{|r_k|}} = \frac{-\gamma\, m_n \sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n)}{-\gamma\, m_n \sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3}} \qquad (2.6)$$

Die Zähler von Formel (2.5) und (2.6) sind nun identisch, so dass $\vec{\boldsymbol{R}}$. und $\vec{\boldsymbol{G}}$. in *dieselbe Richtung* zeigen. $\vec{\boldsymbol{R}}$ erhält dadurch die Funktion eines *Ersatzabstands*, den die (***n*** - **1**) Körper vom ***n***-ten Körper entfernt erscheinen.
Damit sich bei Verwendung dieses *Ersatzabstands* dieselbe resultierende Gravitationskraft ergibt, muss noch eine *Ersatzmasse* bestimmt werden, und zwar nach folgender Formel, die das ***n***-Körper-Problem zutreffend auf ein *Zwei-Körper-Problem* abbildet:

$$\vec{G} = -\frac{\gamma\, m_n M}{R^2} \frac{\vec{R}}{R} = -\frac{\gamma\, m_n M}{R^3} \vec{R} \qquad (2.7)$$

$$M = \frac{\sqrt{\vec{G}.\vec{G}}}{-\gamma\, m_n} \left(\vec{R}.\vec{R}\right) = \frac{-\gamma\, m_n}{-\gamma\, m_n} \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n)\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n)\right)} * \frac{\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n)\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_n)\right)}{\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{m_k}{|\vec{r}_k - \vec{r}_n|^3}\right)^2} \qquad (2.8)$$

Hier beschreibt die Darstellung $(\vec{v}.\vec{r})$ ein *vektorielles Skalarprodukt* (in amerikanischer Notation).
Mit *Ersatzabstand* und *Ersatzmasse* kann also *jedes* ***n***-Körper-Problem der Gravitation zutreffend auf ein vergleichbares **2**-Körper-Problem abgebildet werden.

Ohne die Idee von Matthias Krause können diese Formeln höchstwahrscheinlich nicht motiviert werden. Auch mit der genäherten Fassung (2.1) sind die Resultate schon recht gut und geben die Möglichkeit, auf Alternativen bei der numerischen Lösung von Mehr-Körper-Problemen zurück zu greifen.

2.2.2.3. Berücksichtigung des Südlandschen Gravitationsgesetzes

Die Südlandsche Gravitationsformel ([Süd2004], Formel (3.34), Seite 23-24) lautet:

$$F[\vec{r}, \vec{v}] = -\gamma \frac{m M}{r^2} \left(1 + \frac{\vec{v}.\vec{r}}{c\, r}\right) \frac{\vec{r}}{r} \tag{2.9}$$

und ergibt zur Berücksichtigung *relativistischer Effekte* keine wesentlichen Änderungen am Algorithmus von Matthias Krause, sondern noch kompliziertere Formeln als Formel (2.6) und (2.8), bei denen auch die *Relativ-Geschwindigkeiten* der beteiligten Körper eine Rolle spielen. $\boldsymbol{C}$ ist in diesem Zusammenhang eine noch unbekannte Feldausbreitungsgeschwindigkeit für die Gravitationskraft.

Auch das Zwei-Körper-Problem zur Südlandschen Gravitationsformel ist noch weitestgehend analytisch lösbar [Süd2007].

2.2.3. Fazit

Der Ansatz von Matthias Krause ist beachtlich und benötigt nur noch geringfügige Korrekturen. Damit ist das alte ***n***-Körper-Problem der Gravitation und aller nicht-linearen Zentralkräfte theoretisch gelöst und jeweils auf ein Zwei-Körper-Problem abbildbar.

2.3. Protokoll

Die Version von *Mathematica* lautet:

($Version, $ReleaseNumber, $LicenseID)
(Microsoft Windows 3.0 (October 6, 1996), 0, L4526_3546)

Die Berechnungszeit betrug:

TimeUsed( )"s"
0.38 s

Literatur

[BrS1987]
Bronstein I. N., Semendjajew K. A. *Taschenbuch der Mathematik*, Gemeinschaftsausgabe Verlag Nauka, Moskau und BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 23. Auflage, (1987)

[Krau2007]
Krause M. *Die rätselhafte Dunkle Materie auf dem Prüfstand*, CID (Cosmologic Independent Department), Kirchzarten, (2007)

[Süd2004]
Südland N. *Physik für Wirtschaftsingeniere*, Vorlesung an der Hochschule Aalen, WS 2004/2005, (2004)
http://www.Norbert-Suedland.de/Deutsch/Physik/WS2004-05/Differentialgleichung.nb.zip

[Süd2007]
Südland N. *Eine Variante des Gravitationsgesetzes – Bastelstube für neue Formeln*, Vortrag an der Aalener Sternwarte am 11. 9.2007, AAAA e.V., Aalen, (2007)

[Sza1956]
Szabó I. *Einführung in die Technische Mechanik*, Springer-Verlag, 2. verbesserte und erweiterte Auflage, (1956)

Für die gesamte theoretische Ableitung im Anhang 2 gilt:
© Norbert Südland Krause-002.nb